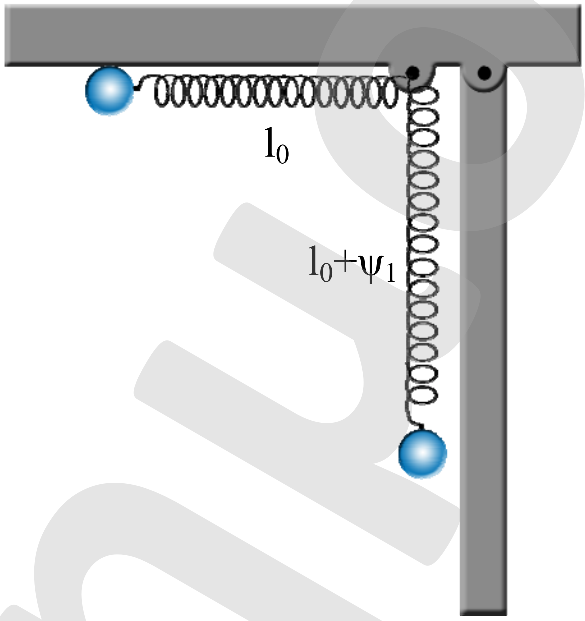
Θέμα

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100N/m βρίσκεται σε οριζόντια θέση με το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο, ενώ στο άλλο βρίσκεται σημειακό σφαιρίδιο μάζας 1kg . Το μήκος του ελατηρίου (φυσικό μήκος) είναι lo=1m. Το σύστημα σφαιριδίου – ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο.



Α) Όταν βρεθεί στην κατακόρυφη θέση να βρείτε:

i) Την επιμήκυνσή του

ii)Την ταχύτητα του σφαιριδίου

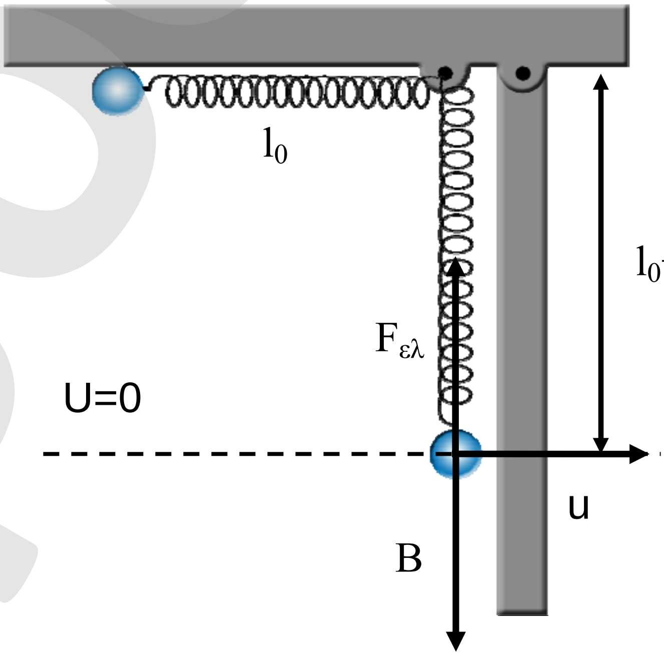
Β) Στη θέση αυτή συναντά και συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφη ράβδο μήκους l=2,5m, που μπορεί να περιστραφεί γύρω από το ανώτερο άκρο της, και αμέσως μετά το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Να βρείτε:

i) Τη στροφορμή της ράβδου αμέσως μετά την κρούση

ii) Ποια πρέπει να είναι η μάζα της ράβδου ώστε να ανέλθει μέχρι τη θέση που θα σχηματίσει γωνία 60^o με την αρχική της διεύθυνση.

iii) Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην αρχική θέση της ράβδου και στη θέση της μέγιστης εκτροπήςτης .

Δίνεται για τη ράβδο Icm=$Ml^2/12$ και g=10m/s^2.



ΛΥΣΗ

Α) Εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ μεταξύ των 2 θέσεων προκύπτει :

$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow$

$0 + mg(lo + \psi_1) = ½ mu^2 + ½ K\psi_1^2$ **(1)**

Στην κατακόρυφη θέση:

ΣF=Fκεντρ άρα $F_{ελ} – B = F_{κεντρ} \Leftrightarrow$

$K\psi_1 – mg = mu^2/(lo+\psi_1)$ **(2)**

Από την επίλυση των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει :

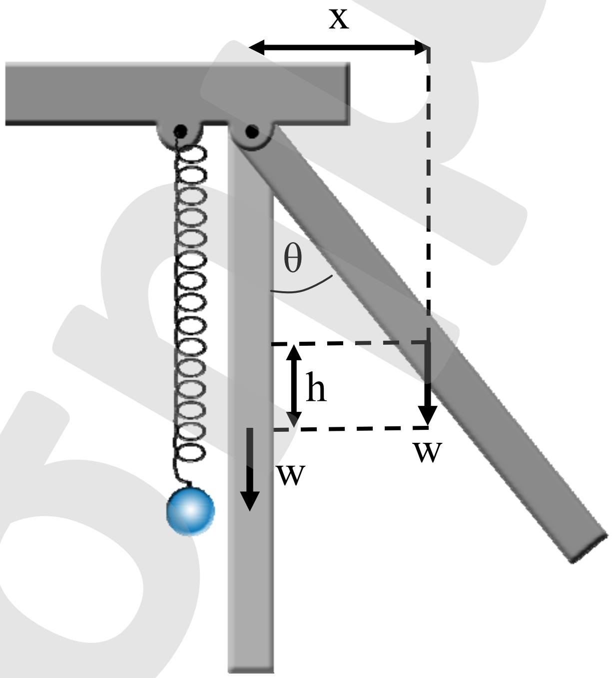
i) $\Psi_1 = 0,25$ m και ii)

$u=5\sqrt{3}/2$ m/s

B) Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Steiner: $I=I_{cm}+M\left(\frac{l}{2}\right)^2=Ml^2/3$

i) Από την αρχή διατήρησης της στροφορμής: $\mathbf{L_{πριν} = L_{μετα}} \Leftrightarrow mu(l_o+\psi_1) = L$

άρα $L=3{,}125\sqrt{3}$ Kgm^2/s.



ii) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$K_{τελ} – K_{αρχ} = W_{ολ}$$

Επειδή δεν γνωρίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα ω που απόκτησε η ράβδος μετά την κρούση , ο τύπος της αρχικής κινητικής ενέργειας γίνεται:

$$K = ½ I\omega^2 = L^2/2I$$

Οπότε :

$0 - L^2/2I = - Mgh$ και αφού όπως φαίνεται στο σχήμα

$h=l/2 – l/2\ συνθ = l/4$ προκύπτει για τη μάζα $M = 0{,}75\sqrt{2}$ kg.

iii) Στην κατακόρυφη θέση :

$$\mathbf{dL/dt = \Sigma\tau} = 0$$

Στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης:

$$\mathbf{dL/dt = \Sigma\tau} \Leftrightarrow$$

$$\Sigma\tau = - M\,g\,x = M\,g\,l/2\ ημθ = 4{,}7\sqrt{6}\ Nm$$