

ΤΑΞΗ: Β Λυκείου

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Προσανατολισμού

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A.2 Πότε μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 8

A.3 Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λάθος την παρακάτω πρόταση και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

<< Μία συνάρτηση που είναι $1 - 1$ θα είναι και γνησίως μονότονη >>

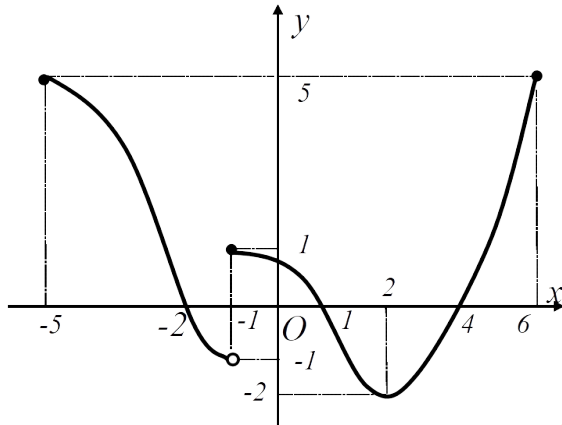
Μονάδες 7

A.4 Να σημειώσετε την ένδειξη Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος) για κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

1. Η τιμή της f στο $x_0 \in A$ είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας $x = x_0$ και της C_f
2. Το πεδίο ορισμού των $f+g$, $f-g$, fg και $\frac{f}{g}$, είναι η τομή $A \cap B$ των πεδίων ορισμού A και B των συναρτήσεων f και g αντιστοίχως
3. Το πεδίο ορισμού της $g \circ f$ αποτελείται από όλα τα στοιχεία x του πεδίου ορισμού A της f για τα οποία το $f(x)$ ανήκει στο πεδίο ορισμού B της g . Δηλαδή είναι το σύνολο $A_1 = \{x \in A \mid f(x) \in B\}$.
4. Αν f, g, h είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η $h \circ (g \circ f)$, τότε ορίζεται και η $(h \circ g) \circ f$ και ισχύει $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.
5. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και $k \in \mathbb{R}$. Αν ισχύει $f(x) \geq k$ για κάθε $x \in A$, τότε λέμε ότι ο αριθμός $k \in \mathbb{R}$ είναι ελάχιστη τιμή της f .

Μονάδες 10

Θέμα Β



Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

μιας συνάρτησης f ορισμένη στο διάστημα $[-5, 6]$

B.1 Να βρεθούν

(α) οι τιμές $f(-1)$, $f(2)$ και $f(6)$.

Μονάδες 3

(β) το σύνολο τιμών της f

Μονάδες 4

B.2 Να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημο της f

Μονάδες 6

B.3 Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα

Μονάδες 6

B.4 Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα όρια

(α) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(β) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

Μονάδες 6

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 2$, $x \in \mathbb{R}$ με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

Γ.1 Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την τιμή $f^{-1}(4)$.

Μονάδες 3

Γ.2 Να λύσετε τις εξισώσεις $f(x) = 12$, $f^{-1}(x) = -2$.

Μονάδες 4

Γ.3 Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f^{-1} με τον άξονα $x'x$, τον άξονα $y'y$ και την ευθεία $y = x$

Μονάδες 9

Γ.4 Να λύσετε τις ανισώσεις $f^{-1}(x) < 3$, $f^{-1}(x-1) \leq x+5$.

Μονάδες 4

Γ.5 Να βρεθούν οι τιμές των α , β ώστε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \alpha x + \beta}{x-1} = 3$

Μονάδες 5

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ και $g(x) = 1-\ln x$.

Δ.1 Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των f , g και στη συνέχεια να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα ενώ η g είναι γνησίως φθίνουσα

Μονάδες 5

Δ.2 Να βρεθούν οι αντίστροφες f^{-1} , g^{-1} των f , g .

Μονάδες 5

Δ.3 Να προσδιοριστεί η συνάρτηση $f^{-1} \circ g$ (**Μονάδες 4**) και στη συνέχεια να δείξετε ότι η συνάρτηση $f^{-1} \circ g$ είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της (**Μονάδες 3**)

Μονάδες 7

Δ.4 Να υπολογιστούν τα όρια

(α) $\lim_{x \rightarrow e} \left(g(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{g^2(x)} \right)$

(β) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g^3(x) - 1}{\sqrt{g(x) + 3} - 2}$

Μονάδες 8

ΟΡΟΣΗΜΟ