

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 26 Απριλίου 2025

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ .

Μονάδες 10

**A2.** Δίνεται η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  (1) με  $a \neq 0$ . Να συμπληρωθούν τα κενά κατάλληλα ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

**α.** Η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) δίνεται από τον τύπο  $\Delta = \dots$

**β.** Αν  $\Delta > 0$  τότε η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες με τύπους  $x_{1,2} = \dots$

**γ.** Αν  $\Delta = 0$  τότε η εξίσωση (1) έχει διπλή ρίζα τη  $x = \dots$

**δ.** Αν  $\Delta < 0$  τότε η εξίσωση (1) είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$ .

**ε.** Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης (1) τότε  $S = x_1 + x_2 = \dots$  και  $P = x_1 \cdot x_2 = \dots$

Μονάδες 5

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ισχύει ότι  $(-a - b)^3 = (a + b)^3$ .

**β.** Αν  $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  ή  $\beta = 0$ .

**γ.** Αν  $|x| = x$  τότε  $x \geq 0$ .

**δ.** Στην εξίσωση  $x^2 - x - 2 = 0$  οι ρίζες έχουν άθροισμα 1 και γινόμενο -2.

**ε.** Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου τότε  $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Έστω η αριθμητική πρόοδος 2, 3, 4, ...

- B1.** Να βρεθεί η διαφορά  $\omega$  της προόδου, ο δέκατος όρος  $\alpha_{10}$  και το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της  $S_{10}$ .

**Μονάδες 6**

Για  $\alpha_{10} = 11$  και  $S_{10} = 65$

- B2.** Να λυθεί η ανίσωση  $-x^2 + \frac{S_{10}}{13} \cdot x - (\alpha_{10} - 7) \geq 0$ .

**Μονάδες 8**

Για  $x \in [1, 4]$

- B3.** Να απλοποιηθεί η παράσταση  $K \equiv |x-4| + 2 \cdot |x+1|$ .

**Μονάδες 6**

- B4.** Για  $K = x + 6$  να λυθεί η εξίσωση:  $|K| = 7$ .

**Μονάδες 5****ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + \alpha}{x+1}$  όπου  $\alpha = \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - 1\right)$ .

- Γ1.** Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$  και να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

**Μονάδες 6**

- Γ2.** Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης.

**Μονάδες 4**

Για  $f(x) = x + 2, x \neq -1$

- Γ3.** Να βρείτε τα σημεία τομής της συνάρτησης με τους άξονες.

**Μονάδες 5**

- Γ4.** Να βρείτε την τιμή του αριθμού  $\beta$  που ικανοποιεί την σχέση

$$\beta = 49^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{23 + \sqrt{f(8) + f(0)} \cdot \sqrt[4]{81}}.$$

Μονάδες 5

Γ5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση  $f'(0)$  και τέμνει τον  $yy'$  στο σημείο με τεταγμένη 4.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (4\lambda + 8) \cdot x + 4\lambda^2 + 12 = 0$  (1).

Δ1. i. Να δείξετε ότι  $\Delta = 64\lambda + 16$ .

ii. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση (1) έχει πραγματικές και άνισες λύσεις  $x_1, x_2$ .

Μονάδες 5+2

Δ2. i. Να βρείτε το άθροισμα  $S$  και το γινόμενο  $P$  των λύσεων της εξίσωσης (1) συναρτήσει του  $\lambda$ .

ii. Να δείξετε ότι η παράσταση  $A = (2x_1 - 3\lambda) \cdot (2x_2 - 3\lambda) - \lambda \cdot (\lambda - 48)$  είναι ανεξάρτητη του  $\lambda$ .

Μονάδες 2+6

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση  $|S - P| \leq 4$ .

Μονάδες 5

Δ4. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) δεν μπορεί να έχει ρίζες αντίστροφες.

Μονάδες 5