



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024

Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 13 Ιανουαρίου 2024

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης

 $f(x)=x$ είναι 1, δηλαδή, για κάθε $(x)'=1, x \in \mathbb{A}$.

Μονάδες 7

Α2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής;

Μονάδες 4

Α3. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$.

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη

- Ένα τοπικό ελάχιστο είναι πάντα μικρότερο από ένα τοπικό μέγιστο.
- Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της όταν $x = x_0$
- Η εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f στο σημείο στο οποίο εμφανίζει η f ακρότατο είναι παράλληλη στον άξονα xx' .
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$
- Για κάθε $x > 0, (\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Μονάδες 10

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024

Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΘΕΜΑ Β

Η συνάρτηση $f(x) = -2x^2 + \alpha x + \beta$ έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα των xx' στα σημεία $A(-1, 0)$ και $B(\frac{1}{2}, 0)$.

B1. Να δείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = 1$

Μονάδες 6

B2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x)$ ως προς τα ακρότατα στο πεδίο ορισμού της .

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα του ρυθμού μεταβολής της συνάρτησης $f(x)$.

Μονάδες 5

B4. Να βρεθεί το όριο : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{4x^2 - 4}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνετε η συνάρτηση $f(x) = \frac{2-x}{2+x}$

Γ1. α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$.

Μονάδες 2

β) Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2}$

Μονάδες 3

Γ2. α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x)$ ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της .

Μονάδες 3

β) Αν $x \in [-8, -6]$ να δείξετε ότι $-2 \leq f(x) \leq -\frac{5}{3}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρεθεί η εξίσωση εφαπτομένης της συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο που η γραφική παράσταση της $f(x)$ τέμνει τον yy' .

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024

Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

- Γ4.** Αν $y=-x+1$ είναι η εξίσωση εφαπτομένης του ερωτήματος Γ3 η οποία τέμνει τους άξονες xx' και yy' στα σημεία P και Σ αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OPΣ όπου $O(0,0)$ η αρχή των αξόνων.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2+(4\alpha+\beta)x+\alpha+2\beta$, $\alpha, \beta, x \in \mathbb{R}$

Δίνονται

- Η C_f τέμνει τον άξονα των yy' στο σημείο με τεταγμένη 3
- Η κορυφή της παραβολής C_f έχει τεταγμένη 1

- Δ1.** Να δείξετε ότι $\alpha=-1$ και $\beta=2$

Μονάδες 5

- Δ2.** Για $\alpha=-1$ και $\beta=2$

Θεωρούμε συνάρτηση $g:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά 2 μονάδες δεξιά.

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση g έχει τύπο: $g(x)=x^2-6x+11$, $x \in \mathbb{R}$

β) Να μελετηθεί η g ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα

γ) Αν $\varphi(x)=g(x)+f(x)$, να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_φ δεν είναι κάτω από την ευθεία $y=8$.

Μονάδες (4+3+2)

- Δ3.** Έστω η συνάρτηση $h(x)=\sqrt{\varphi(x)-8}$

α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $h(x)$

β) να υπολογιστούν τα όρια :

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\varphi(x)-8}{f(x+1)-3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{h(x)}$

Μονάδες (2+3+3)

- Δ4.** Να εξετάσετε αν υπάρχει εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $h(x)$ που να είναι παράλληλη άξονα xx' .

Μονάδες 3