

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Α' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 5 Ιανουαρίου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ να αποδείξετε ότι
 $(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{\beta} = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{\beta}) = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{\beta}), \lambda \in \mathbb{R}.$

Μονάδες 8

- A2. Αν $\vec{a} = (x, y)$, με τι ισούται το μέτρο του διανύσματος $\vec{a}$;

Μονάδες 3

- A3. Για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ δίνεται ο ισχυρισμός:

«αν $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$ τότε $\vec{a} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$ ».

- α) Να τον χαρακτηρίσετε ως Σωστό ή Λάθος.

Μονάδες 1

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

- A4. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω προτάσεις και δίπλα το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι σωστή, το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λάθος.

- α) Για τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{i}$ και $\vec{j}$ του καρτεσιανού επιπέδου ισχύει ότι $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$

- β) Αν $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα του επιπέδου ισχύει $|\vec{a} \cdot \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|.$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Α' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

- γ) Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι θετικός, αν η γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα x' είναι οξεία.
- δ) Αν για τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ τότε οι ευθείες $y=1$ και $y = (\vec{a} \cdot \vec{\beta})x$ είναι παράλληλες.
- ε) Αν Ο ένα σημείο αναφοράς, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ ισχύει $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}$ και $\vec{\gamma} = 2\vec{a} - 3\vec{\beta}$.

B1. Να δείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 6$ και $\vec{a} \cdot \vec{\gamma} = 18$.

Μονάδες 6

B2. Να υπολογίσετε το $|\vec{\gamma}|$ καθώς και τη γωνία $(\vec{a}, \vec{\gamma})$.

Μονάδες 6

Δίνεται επιπλέον ότι $\vec{a} = (3, 3)$ και $\vec{\beta} = (2, 0)$.

B3. Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\delta} = (8, 18)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 6

B4. Να βρείτε διάνυσμα $\vec{w}$ με $\vec{w} \parallel \vec{a}$ και $\vec{w} \cdot \vec{a} = 36$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = (3\lambda - 1)x - (5\lambda + 1)$ η οποία διέρχεται από το σημείο $A(1, 3\lambda - 7)$.

Γ1. Να δείξετε ότι: $\lambda = 1$

Μονάδες 4

Γ2. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας δ η οποία είναι κάθετη στην ε και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο B με τεταγμένη $y = 4$.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024
Α' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2Θ(ε)

Γ3. Αν η εξίσωση της ευθείας δ είναι $\delta: y = -\frac{1}{2}x + 4$, να βρεθεί το σημείο τομής Γ των ευθειών ε και δ καθώς και η εξίσωση της διαμέσου AM όπου M το μέσο της $B\Gamma$, του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 8

Γ4. Αν $\Gamma(4,2)$,

i) Να δείξετε ότι $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GA} = 0$

Μονάδες 3

ii) Αν N το μέσο του AB , να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AGMN$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφή $A(1,2)$ και τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $\vec{\alpha} \wedge \vec{\beta}$ και $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$. Επίσης οι εξισώσεις των διαμέσων του BN και GM είναι $x - 2\vec{\alpha}^2 y + (2\vec{\beta} + \vec{\alpha})\vec{\beta} = 0$ και $y + \vec{\alpha}\vec{\beta} = 0$ αντιστοίχως.

Δ1. Να βρείτε τις εξισώσεις των διαμέσων BN και GM .

Μονάδες 4

Δ2. Αν οι εξισώσεις των διαμέσων BN και GM είναι $x - 2y + 1 = 0$ και $y = 1$ αντιστοίχως, να δείξετε ότι :

i. Το μέσο της πλευράς AB είναι το σημείο $M(0,1)$.

Μονάδες 5

ii. Το μέσο της πλευράς $A\Gamma$ είναι το σημείο $N\left(2, \frac{3}{2}\right)$.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών AB και $B\Gamma$.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες προς την ευθεία BN και τέμνουν τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία K, Λ αντιστοίχως ώστε $|\overrightarrow{KL}| = 2\sqrt{5}$.

Μονάδες 5