

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023
Β' ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Τετάρτη 19 Απριλίου 2023

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 6

A2. Τι ονομάζουμε διάμεσο ενός δείγματος n παρατηρήσεων.

Μονάδες 3

A3. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε αυτή δίπλα από τον κάθε αριθμό.

1. Αν $h(x) = f(g(x))$ με $g(3) = 6$, $g'(3) = 4$ και $f'(6) = 7$ τότε ο αριθμός $h'(3)$ είναι ίσος με :

(α) 82	(β) 24	(γ) 28	(δ) 42
--------	--------	--------	--------

2. Εάν οι συντελεστές μεταβολής δύο συνόλων A και B είναι 15% και 20% αντιστοίχως, τότε :

(α) τα δεδομένα A παρουσιάζουν μεγαλύτερη ομοιογένεια από τα B
(β) τα δεδομένα A παρουσιάζουν μικρότερη ομοιογένεια από τα B
(γ) τα δεδομένα A παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά από τα B
(δ) τα δεδομένα A παρουσιάζουν μικρότερη διασπορά από τα B

Μονάδες 6

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Η μέση τιμή των παρατηρήσεων που αφορούν μια μεταβλητή X είναι μέτρο θέσης .

(β) Για το πηλίκο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g με $g(x) \neq 0$

$$\text{ισχύει ότι } \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g'(x)f(x) - f'(x) \cdot g(x)}{(g(x))^2}$$

(γ) Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

(δ) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για ποσοτικές μεταβλητές αρκεί η δυνατές τιμές τους να είναι σχετικά λίγες.

(ε) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$ όταν $f(x_1) \geq f(x)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3x - \frac{1}{3}$, $x \in \mathbb{R}$, a ένας πραγματικός αριθμός της οποίας ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης στο σημείο της $A(2, f(2))$ είναι ίσος με -1

B1. Να αποδείξετε ότι $a = 2$

Μονάδες 6

B2. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα

Μονάδες 7

B3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{\sqrt{x+1} - 2}$

Μονάδες 6

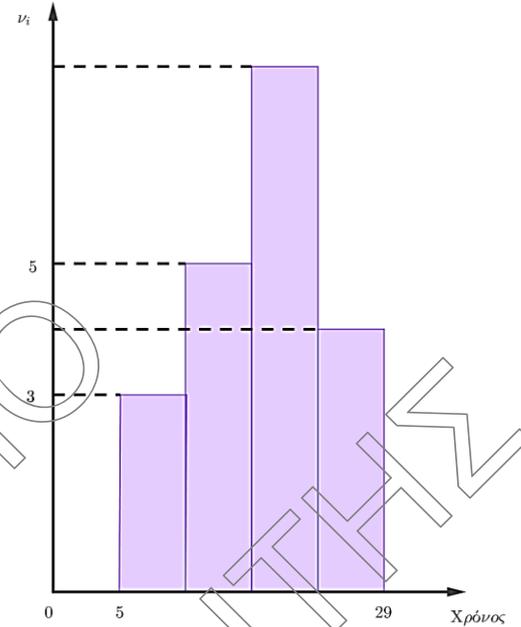
B4. Να βρείτε τις εξισώσεις εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f που είναι παράλληλες στην ευθεία $y = 3x + 5$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Ο χρόνος σε λεπτά που χρειάζονται οι μαθητές μια τάξης της Γ- Λυκείου για να πάνε στο σχολείο έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το ιστόγραμμα συχνότητων.

Αν γνωρίζετε ότι το ποσοστό των μαθητών που ανήκουν στην 3^η κλάση είναι διπλάσιο από το ποσοστό των μαθητών που ανήκουν στην 4^η κλάση και ότι το άθροισμα των εμβαδών των τεσσάρων ορθογωνίων είναι 20, τότε:



Γ1. Να δείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων είναι $c = 6$, και οι συχνότητες της 3^{ης} και 4^{ης} κλάσης αντίστοιχα είναι $v_3 = 8$ και $v_4 = 4$.

Μονάδες 8

Γ2. Να μεταφέρετε συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	$f_i \%$
[... , ...)				
[... , ...)				
[... , ...)				
[... , ...)				
Σύνολο				

Μονάδες 5

Γ3. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που χρειάζονται
α) τουλάχιστον 11 λεπτά για να φτάσουν στο σχολείο
β) το πολύ 17 λεπτά για να φτάσουν στο σχολείο

Μονάδες 4

Γ4. Να βρείτε τη μέση τιμή του χρόνου που χρειάζονται οι μαθητές για να φτάσουν στο σχολείο.

Μονάδες 3

Γ5. Το 40% των μαθητών που χρειάζονται τον περισσότερο χρόνο για να φτάσουν στο σχολείο χρησιμοποιούν κάποιο μεταφορικό μέσο. Να βρείτε από πόσα λεπτά και πάνω πρέπει να κάνει ένας μαθητής ώστε να έρθει στο σχολείο χρησιμοποιώντας κάποιο μεταφορικό μέσο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Μια βιοτεχνία κατασκευάζει x μονάδες ενός προϊόντος. Το κόστος κατασκευής x μονάδων προϊόντος δίνεται από την συνάρτηση $K(x) = x^2 - 30x + 100$ (σε €). Την κάθε μονάδα προϊόντος την πουλάει 50€.

Δ1. (i) Ποια είναι η συνάρτηση των εσόδων από την πώληση x μονάδων προϊόντος;

Μονάδες 3

(ii) Να δείξετε ότι η συνάρτηση του κέρδους δίνεται από την συνάρτηση:
 $P(x) = -x^2 + 80x - 100$ (σε €).

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι το κέρδος γίνεται μέγιστο για $x = 40$ μονάδες προϊόντος και να υπολογίσετε το μέγιστο κέρδος.

Μονάδες 6

Δ3. (i) Η εταιρεία κατασκευάζει συρτάρια και συγκεκριμένα 4000 συρτάρια ημερησίως που το μήκος τους ακολουθούν περίπου κανονική κατανομή. Το 50% των συρταριών έχουν μήκος μικρότερο από 40cm και 100 συρτάρια έχουν μήκος πάνω από 50 cm. Να δείξετε ότι $\bar{x} = 40$ cm και $s = 5$ cm.

Μονάδες 5

(ii) Να εξετάσετε το δείγμα ως προς την ομοιογένεια.

Μονάδες 2

(iii) Ένα συρτάρι θεωρείται ελαττωματικό αν έχει μήκος μικρότερο από 25cm ή μεγαλύτερο από 55 εκατοστά. Να βρείτε το πλήθος των ελαττωματικών συρταριών που παράγει η μηχανή κάθε μέρα.

Μονάδες 4