



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023

Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Πέμπτη 5 Ιανουαρίου 2023

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Μονάδες 7

Α2. Πότε μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

Α3. Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση της στήλης Α στην παράγωγό της στην στήλη Β μεταφέροντας τον πίνακα 1 στο τετράδιό σας σωστά συμπληρωμένο.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $f(x) = \eta\mu^3 x$	Α. $f'(x) = 3\sigma\upsilon\nu 3x$
2. $f(x) = x^{-6}, x \neq 0$	Β. $f'(x) = -3\sigma\upsilon\nu^2 x \eta\mu x$
3. $f(x) = \eta\mu 3x$	Γ. $f'(x) = -3\eta\mu 3x$
4. $f(x) = \sigma\upsilon\nu^3 x$	Δ. $f'(x) = -6x^{-7}$
5. $f(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$	Ε. $f'(x) = -5x^{-6}$
6. $f(x) = \frac{1}{x^5}, x \neq 0$	ΣΤ. $f'(x) = 3\eta\mu^2 x \sigma\upsilon\nu x$

Πίνακας 1					
1.	2.	3.	4.	5.	6.

Μονάδες 9

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023

Α΄ ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Για το πηλίκο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι :

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{g'(x)f(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

(β) Η παράγωγος μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς x όταν $x = x_0$

(γ) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \eta \mu x_0$

(δ) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ

(ε) Αν $f(x) = 5, x \in \mathbb{R}$ τότε $f'(5) = 5$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x - 1}, & x \neq 1 \\ x^2 - 2x + 3, & x = 1 \end{cases}$

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Μονάδες 5

B2. (α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$.

Μονάδες 3

(β) Να υπολογίσετε όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

Μονάδες 6

Στα παρακάτω ερωτήματα θεωρείστε $f(x) = x^2 - 5x + 6, x \in \mathbb{R}$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2023

Α΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

- B3.** Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(0, f(0))$

Μονάδες 5

- B4.** Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f και να συγκρίνεται τους αριθμούς $f(-2023)$ και $f(-2022)$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - ax^2 + \beta$, $x \in \mathbb{R}$ και a, β πραγματικοί αριθμοί.

Γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 2 και ισχύει $f'(1) = -3$.

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $a = 3$ και $\beta = 2$

Μονάδες 8

- Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x + 1$

Μονάδες 7

- Γ3.** Να βρείτε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

Μονάδες 3

- Γ4.** Να βρείτε σε ποιο σημείο της καμπύλης της f η εφαπτομένη της έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 6 - \sqrt{x^2 + 4}$, $x \in \mathbb{R}$

- Δ1.** Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

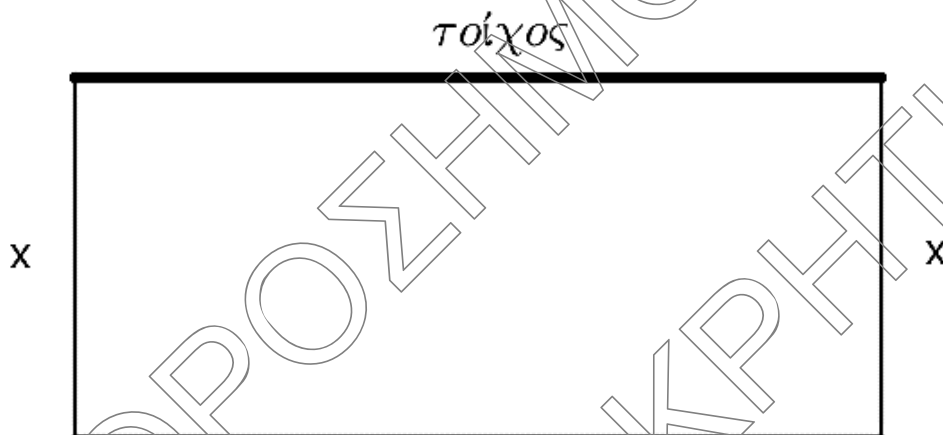
Μονάδες 7

Δ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - x^2}{f(x) - 4}$

Μονάδες 5

Δ3. Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου το έχουμε περιφράξει με συρματοπλέγμα μήκους 100 m από τις τρεις πλευρές του, η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος.

Συμβολίζουμε με x τα μήκη των πλευρών του οικοπέδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



(i) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του x δίνεται από τον τύπο $E(x) = -2x^2 + 100x, 0 < x < 50$

Μονάδες 6

(ii) Να βρείτε τις διαστάσεις του οικοπέδου όταν το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 7