

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδειχθεί ότι για κάθε γωνία ω ισχύει:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

Μονάδες 9

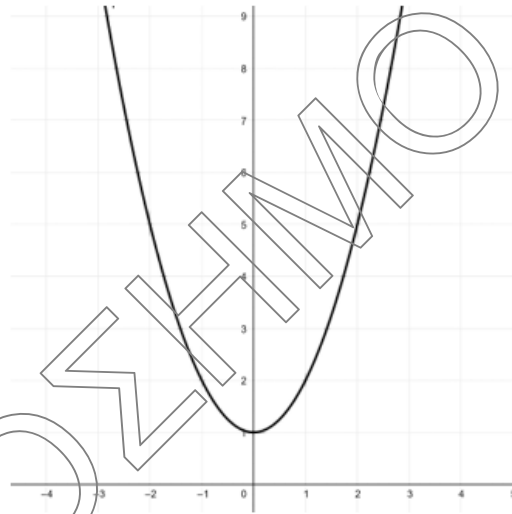
A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Αν $\eta\mu\omega = 0$ τότε υποχρεωτικά $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$
- Το ζεύγος $(1,2)$ είναι λύση της γραμμικής εξίσωσης $2x - y = 0$
- Αν η f είναι γνησίως μονότονη στο \mathbb{R} και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(2,3)$ τότε είναι γνησίως αύξουσα.
- Η γραφική παράσταση μίας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$ άξονα
- Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu(-x) = -\sigma\upsilon\nu x$

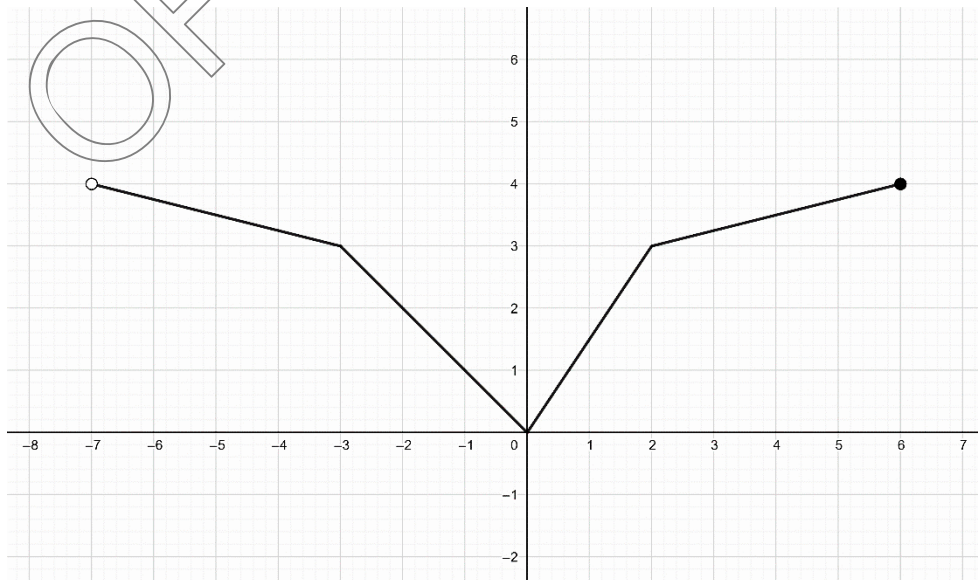
Μονάδες 10

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω γραμμές, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί, τη λέξη **Άρτια**, αν είναι γραφική παράσταση άρτιας συνάρτησης, **Περιττή** αν αντίστοιχα είναι περιττής συνάρτησης, ή **Τίποτα** αν δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

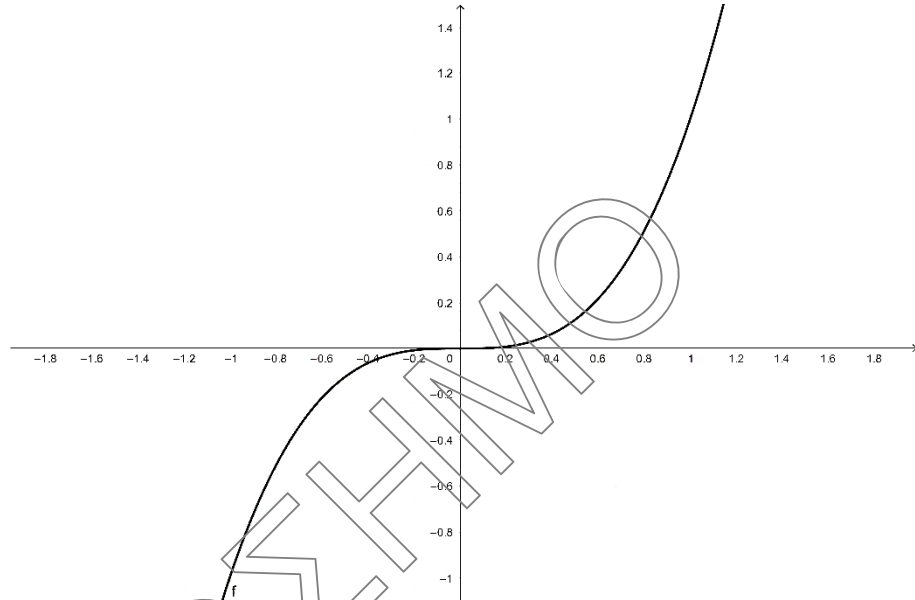
α)



β)



γ)



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ 3x = 2y \end{cases}$$

B1. Να βρείτε την λύση (x_0, y_0) του παραπάνω συστήματος.

Μονάδες 9

B2. Αν $(x_0, y_0) = (2, 3)$ και $f(x) = |x|$ να βρείτε από ποιες διαδοχικές μετατοπίσεις της f προκύπτει η $g(x) = |x - x_0| - y_0$

Μονάδες 8

B3. Να εξετάσετε αν η $h(x) = f(x) + y_0$ είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παραμετρικό γραμμικό σύστημα :

$$(\Sigma 1): \begin{cases} x + y = \alpha \\ x + \alpha y = 1 \end{cases}$$

Γ1. Να βρείτε για ποια $\alpha \in \mathbb{R}$ το σύστημα (Σ1) έχει μοναδική λύση και να δείξετε ότι η λύση είναι $(x_0, y_0) = (\alpha + 1, -1)$.

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι όταν η ορίζουσα του συστήματος (Σ1) D είναι ίση με μηδέν τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και να δώσετε την μορφή των λύσεων αυτών.

Μονάδες 6

Γ3. Να δείξετε ότι όταν το σύστημα (Σ1) έχει άπειρες λύσεις το σύστημα

$$(\Sigma 2): \begin{cases} \alpha x + 2y = 3 \\ x + 2\alpha y = 1 \end{cases} \text{ είναι αδύνατο.}$$

Μονάδες 5

Γ4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2}\eta\mu\frac{21\pi}{4}x^2 - 2D \cdot x + D_x$ και D, D_x ορίζουσες του συστήματος (Σ1). Αν το σύστημα (Σ1) έχει μοναδική λύση και ισχύει $f(x) \leq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι $\alpha \in [0, 1)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = \frac{\eta\mu(15\pi - \omega) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) \epsilon\phi(\pi + \omega)}{\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) \sigma\phi(\pi - \omega) \epsilon\phi(-\omega)}$$

$$B = \sigma\upsilon\nu^2(-\omega) - 3\eta\mu(\pi + \omega)\eta\mu(4\pi - \omega) + 3\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right)$$

$$\Gamma = \eta\mu\frac{\pi}{10} - \sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{5} - \epsilon\phi\frac{19\pi}{4}$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\Gamma=1$ και να δείξετε ότι $B = \sigma\upsilon\nu^2\omega$

Μονάδες 8

Δ2. Να δείξετε ότι $\Gamma - B = A$

Μονάδες 6

Δ3. Αν $\omega \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ και $\frac{\sqrt{1-\sqrt{B}}}{\sqrt{1+\sqrt{B}}} - \frac{\sqrt{1+\sqrt{B}}}{\sqrt{1-\sqrt{B}}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Μονάδες 11