



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Τρίτη 7 Ιανουαρίου 2020

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**Α1. Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύει ότι

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Πότε ισχύει η ισότητα;

Μονάδες 7

Α2. Στη στήλη Α δίνεται μία ανισότητα που ικανοποιεί ένας πραγματικός αριθμός  $x$  και στην στήλη Β ένα διάστημα στο οποίο ανήκει ο  $x$ . Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

	ΣΤΗΛΗ Α ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ		ΣΤΗΛΗ Β ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ
α.	$\alpha \leq x \leq \beta$	1.	$(-\infty, \alpha)$
β.	$\alpha < x < \beta$	2.	$(\alpha, \beta]$
γ.	$\alpha < x \leq \beta$	3.	$[\alpha, \beta]$
δ.	$\alpha \leq x < \beta$	4.	$(\alpha, +\infty)$
ε.	$x \geq \alpha$	5.	$[\alpha, \beta)$
στ.	$x > \alpha$	6.	$(-\infty, \alpha]$
ζ.	$x \leq \alpha$	7.	$[\alpha, +\infty)$
η.	$x < \alpha$	8.	$(\alpha, \beta)$

Μονάδες 8

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ισχύει  $\sqrt{a^2} = a$

**β.** Αν  $\alpha < \beta < 0$  τότε ισχύει  $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$

**γ.** Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $|x^2 + 2| = x^2 + 2$

**δ.** Αν  $\alpha \neq 0$  η εξίσωση  $\alpha x = 0$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$

**ε.** Για κάθε  $x, y \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 - xy + y^2)$

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η παράσταση  $A = \sqrt{4 - 4x + x^2} + \sqrt{y^2 - 8y + 16}$  με  $x, y \in \mathbb{R}$

**B1.** Να δείξετε ότι  $A = |2 - x| + |y - 4|$

**Μονάδες 7**

**B2.** Αν ισχύουν ότι:  $-1 < x < 1$  και  $-2 < y < 4$  τότε να αποδείξετε ότι:

**i)**  $A = -x - y + 6$

**Μονάδες 9**

**ii)**  $1 < A < 9$

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι παραστάσεις:

- $\alpha = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{14}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{14}}$
- $\beta = \sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2^7} \cdot \sqrt[3]{2}$
- $\gamma = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta - \sqrt{\alpha}}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta + \sqrt{\alpha}}}$

Γ1. Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$

Μονάδες (5+5)=10

Αν  $\alpha = 2$  και  $\beta = 4$

Γ2. Να αποδείξετε ότι  $\gamma = 3$

Μονάδες 7

Γ3. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $x$  και  $y$  ώστε να ισχύει η παρακάτω ισότητα

$$x^2 + y^2 + \beta + 6 = (\gamma + 3)x - \alpha y$$

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $\lambda^2(\lambda x - 1) = 8x - 2\lambda$  με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$

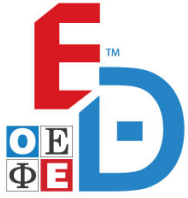
Δ1. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda^3 - 8)x = \lambda(\lambda - 2) \quad (1)$$

Μονάδες 5

Δ2. Για ποια τιμή του  $\lambda$  η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών;

Μονάδες 6

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020**  
Α΄ ΦΑΣΗ**E\_3.Μλ1Α(ε)**

**Δ3.** Για  $\lambda = 2$  να λύσετε την εξίσωση  $|x - 2\lambda| = x - \lambda$

**Μονάδες 7**

**Δ4.** Έστω  $\lambda > 2$  και  $x$  μία λύση που προκύπτει από την εξίσωση (1) για  $\lambda > 2$

**ι)** Να δείξετε ότι:  $\lambda^3 - 8 > 0$  και  $\lambda(\lambda - 2) > 0$

**Μονάδες 4**

**ii)** Δίνεται ότι  $|x + \alpha| = |x| + |\alpha|$  να δείξετε ότι  $\alpha \geq 0$

**Μονάδες 3**

Ο.Ε.Φ.Ε.