ΤΑΞΗ: **3η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελ. 93

Α2. Σχολικό σελ. 14

Α3. (γ)

Α4. **α. Λ,** **β. Λ,** **γ. Λ,** **δ. Λ,** **ε. Σ.**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ρυθμός μεταβολής $f'(x) = -x^2 + 3x + 4$.

$$(f'(x))' = -2x + 3$$

$$(f'(x))' = 0 \Leftrightarrow -2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$		$3/2$		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	
$f'(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	
			Ο.Μ.		

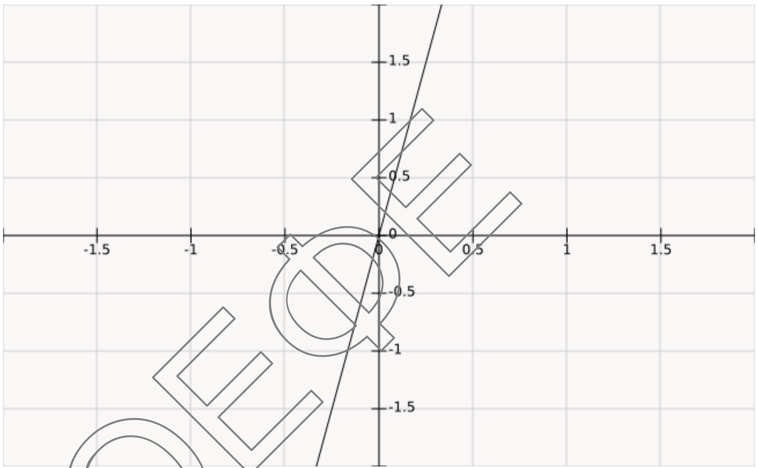
$$\text{Ο.Ε.: } f'\left(3/2\right) = -\left(3/2\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

Β2. $\lambda = f'(2) = -2^2 + 3\cdot 2 + 4 = -4 + 6 + 4 \Leftrightarrow \lambda = 6$

$$y = f(2) = -\frac{1}{3}\cdot 2^3 + \frac{3}{2}\cdot 2^2 + 4\cdot 2 + \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} + 6 + 8 + \frac{2}{3} = -\frac{6}{3} + 14 = 12$$

$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow 12 = 6\cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 0$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι η : $y = 6x$



Β3. **(α)** $g(x) = \dfrac{-x-\sqrt{2-x^2}}{-x^2+3x+4}$. Θα πρέπει $-x^2+3x+4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 4$

Επίσης, θα πρέπει : $2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

Άρα πεδίο ορισμού θα είναι το: $\left[-\sqrt{2},1\right)\cup\left(1,\sqrt{2}\right]$

(β) $$\lim_{x\to -1} g(x) = \lim_{x\to -1}\frac{-x-\sqrt{2-x^2}}{-x^2+3x+4} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to -1}\frac{\left(-x-\sqrt{2-x^2}\right)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to -1}\frac{(-x)^2-\left(\sqrt{2-x^2}\right)^2}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} = \lim_{x\to -1}\frac{x^2-2+x^2}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to -1}\frac{2x^2-2}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} = \lim_{x\to -1}\frac{2\left(x^2-1\right)}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to -1}\frac{2(x-1)(x+1)}{-(x+1)(x-4)\left(-x+\sqrt{2-x^2}\right)} = \frac{2(-1-1)}{-(-1-4)(-(-1)+1)} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης x_i
[α ,α+c=**10**) [0, 10)	5
[α+c, α+2c) [10, 20)	15
[α+2c , α+3c) [20, 30)	25
[α+3c , α+4c) [30, 40)	**35**

Ισχύει: α + c = 10 και $\dfrac{\alpha+3c+\alpha+4c}{2}=35$

Από τις σχέσεις $\alpha+c=10$ και $2\alpha+7c=70$ προκύπτει ότι:

$\alpha=0$ και $c=10$

Γ2.

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[0 ,10)	5	**λ = 10**	0,2	10	0,2
[10 , 20)	15	3λ-λ=2λ = 20	0,4	**3λ = 30**	0,6
[20 , 30)	25	15	**0,3**	**45**	**0,9**
[30 , 40)	35	5	0,1	50	1,0
Σύνολα		50	1,0		

$v=\dfrac{N_3}{F_3}=\dfrac{45}{0,9}=\dfrac{450}{9}=50$ $\quad v_4=50-45=5$ $\quad v_3=0,3\cdot 50=15$

$\lambda+2\lambda+15+5=50 \Leftrightarrow 3\lambda=30 \Leftrightarrow \lambda=10$

Γ3.

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	x_iv_i	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$v_i(x_i-\bar{x})^2$
[0 ,10)	5	10	0,2	10	0,2	50	-13	169	1690
[10 , 20)	15	20	0,4	30	0,6	300	-3	9	180
[20 , 30)	25	15	0,3	45	0,9	375	7	49	735
[30 , 40)	35	5	0,1	50	1,0	175	17	289	1445
Σύνολα		50	1,0			900			4050

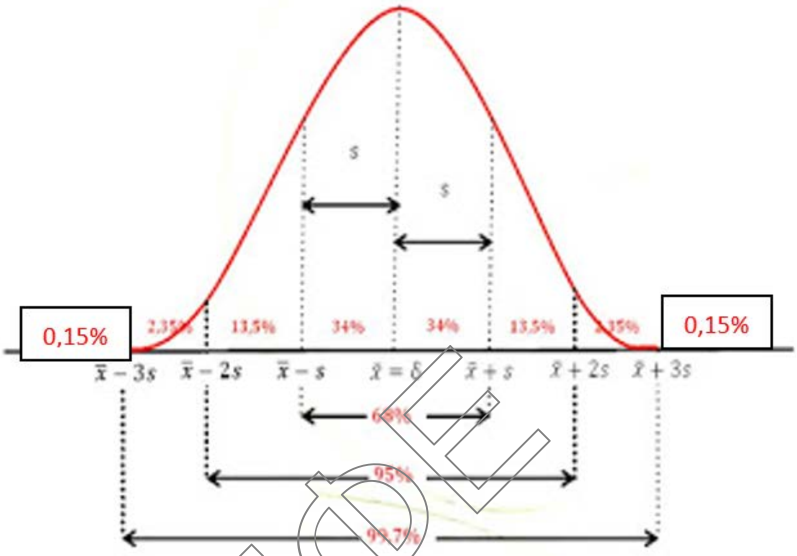
Εύρος: R = 40 – 0 = 40 $\qquad$ Μέση Τιμή: $\bar{x}=\dfrac{900}{50}=18$

Διακύμανση: $s^2=\dfrac{4050}{50}=81$ $\qquad$ Τυπ. Απόκλιση: $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{81}=9$

Συντελεστής Μεταβλητότητας: $CV=\dfrac{s}{\bar{x}}=\dfrac{9}{18}=0,5$ ή 50%

Άρα το δείγμα είναι ανομοιογενές, γιατί CV>10%.

Γ4.



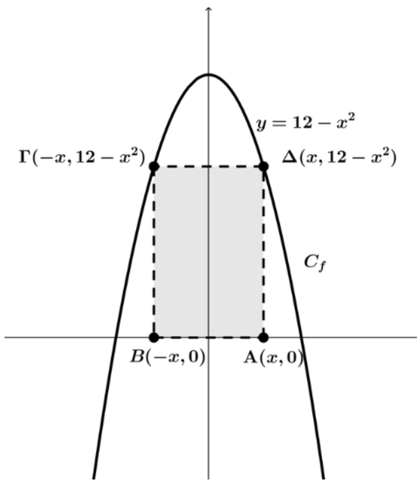
Το 50% (δηλαδή οι μισοί) δίνουν $\bar{x}=15$ μηνύματα

$\frac{10}{400}=\frac{5}{200}=0,025$ ή 2,5% των ενηλίκων στέλνει το πολύ 11 μηνύματα, δηλαδή:

0,15%+2,35%=2,5% $\quad \bar{x}-2s=11 \Leftrightarrow 15-2s=11 \Leftrightarrow 15-11=2s \Leftrightarrow s=2$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$(AB\Gamma\Delta)=(AB)(A\Delta)=2x\cdot(12-x^2)=24x-2x^3.$

Πρέπει $2x>0\ ,\ 12-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(0,2\sqrt{3})$

Άρα $E(x) = 24x - 2x^3,\ x \in (0,2\sqrt{3})$.

Δ2. $E'(x) = 24 - 6x^2$

x	0	2	$2\sqrt{3}$
E'	+	0	−
E	$\nearrow$	μέγιστο E(2)=32	$\searrow$

Για $x = 2$, το εμβαδόν γίνεται μέγιστο.

Δ3. $E''(x) = -12x$

$\bar{x} = 2$, άρα $\bar{y} = -12\bar{x} = -24$

$s_x = 0{,}4$, άρα $s_y = |-12| \cdot s_x = 12 \cdot 0{,}4$

$CV_y = \frac{12 \cdot 0{,}4}{|-24|} = \frac{4{,}8}{24} = 20\%$ *(3 μονάδες)*

Αν προσθέσουμε μία τιμή α σε κάθε y_i, για να έχουμε ομοιογενές δείγμα, θα πρέπει

$\frac{s_y}{|\bar{y}+\alpha|} \leq 0{,}1 \Leftrightarrow \frac{4{,}8}{|-24+\alpha|} \leq 0{,}1 \Leftrightarrow |\alpha - 24| \geq 48$

$\Leftrightarrow \alpha - 24 \geq 48$ ή $\alpha - 24 \leq -48$

$\Leftrightarrow \alpha \geq 72$ ή $\alpha \leq -24$

Άρα $\alpha = 72$. *(4 μονάδες)*

Δ4. Το 32 είναι μέγιστο. Άρα $E(x) \geq 32$. Η ισότητα ισχύει μόνο για $x = 2$.

Θέτω $u = 72x - 70$

$f(u) = 32 \Leftrightarrow u = 2$

Άρα $72x - 70 = 2 \Leftrightarrow 72x = 72 \Leftrightarrow x = 1$.