

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$, έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2 , να αποδείξετε ότι: $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Μονάδες 12

- A2.** Δίνεται ένα σημείο $M(x, y)$. Στη στήλη Α δίνεται το είδος της συμμετρίας και στην στήλη Β το συμμετρικό του Μ. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

α. Ως προς τον άξονα xx'	1. $A(x, -y)$
β. Ως προς τον άξονα yy'	2. $B(-x, -y)$
γ. Ως προς την αρχή των αξόνων	3. $\Gamma(-x, y)$
δ. Ως προς την ευθεία $y = x$	4. $\Delta(x, y)$
	5. $E(y, x)$

Μονάδες 8

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$, έχει $\Delta > 0$ τότε ισχύει $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

β. Η εξίσωση $(\lambda - 1)x = \lambda^2 + 2$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ για $\lambda = 1$ είναι αδύνατη.

γ. Για κάθε $x, x_0 \in \mathbb{R}$ και $\rho > 0$ ισχύει :

$$|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho) \Leftrightarrow x_0 - \rho < x < x_0 + \rho$$

- δ. Η εξίσωση $x^v = a$ με $a > 0$ και v άρτιος φυσικός αριθμός έχει μοναδική λύση.
- ε. Αν α, β, γ πραγματικοί αριθμοί τότε: $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \Leftrightarrow \alpha = \beta$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

i) $a = \sqrt{\sqrt{12} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{12} + \sqrt{3}}$

ii) $\beta = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}} + \sqrt[3]{27}}$

Μονάδες 3 + 3

B2. Να λυθούν οι εξισώσεις

i) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (1)

ii) $d(x, \rho_1) = \rho_2$ όπου ρ_1 η μικρότερη λύση της εξίσωσης (1) και ρ_2 η μεγαλύτερη.

Μονάδες 5 + 5

B3. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$x^2 - x - 2 < 0$ και $|x - 1| < 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (a+1)x + 2a - 1$ (1) με $a \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $\Delta = a^2 - 6a + 5$

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι αν $a \in (1, 5)$ τότε $f(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθούν οι τιμές του $a \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ να έχει δυο ρίζες αντίθετες και να βρεθούν οι ρίζες.

Μονάδες 6

- Γ4. Να δείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του $a \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το τριώνυμο να έχει δυο πραγματικές αρνητικές ρίζες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{\mu}{x} + \frac{4}{x^2}$, $\mu \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(1,1)$

- Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης A και να υπολογίσετε την τιμή του μ .

Μονάδες 5

- Δ2. Αν $\mu = 4$ να δείξετε ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A$ και να λύσετε την εξίσωση $|x|\sqrt{f(x)} = 2$

Μονάδες 8

- Δ3. Δίνεται ευθεία $\varepsilon: y = f(1)x + f(-1)$. Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες xx' και yy' .

Μονάδες 6

- Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) η οποία είναι παράλληλη με την (ε) του ερωτήματος Δ3 και διέρχεται από το συμμετρικό του σημείου M ως προς τον άξονα xx' .

Μονάδες 6