

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A2. Έστω $f(x) = x^2$. Να αποδείξετε ότι: $f'(x) = (x^2)' = 2x$.

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, τότε η συνάρτηση είναι ασυνεχής στο $x = 1$.
2. Η παράγωγος της συνάρτησης $c \cdot f(x)$ είναι $(c)' \cdot (f(x))'$.
3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της γραφικής παράστασης μιας συνεχούς συνάρτησης f , στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής, είναι η πρώτη παράγωγος της f στο x_0 .
4. Η συνάρτηση είναι μια διαδικασία με την οποία οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου A αντιστοιχίζεται με οποιοδήποτε στοιχείο ενός συνόλου B .
5. Αν μια συνάρτηση διέρχεται από το σημείο $A(5, -3)$ τότε ισχύει $f(5) = -3$.

Μονάδες 10

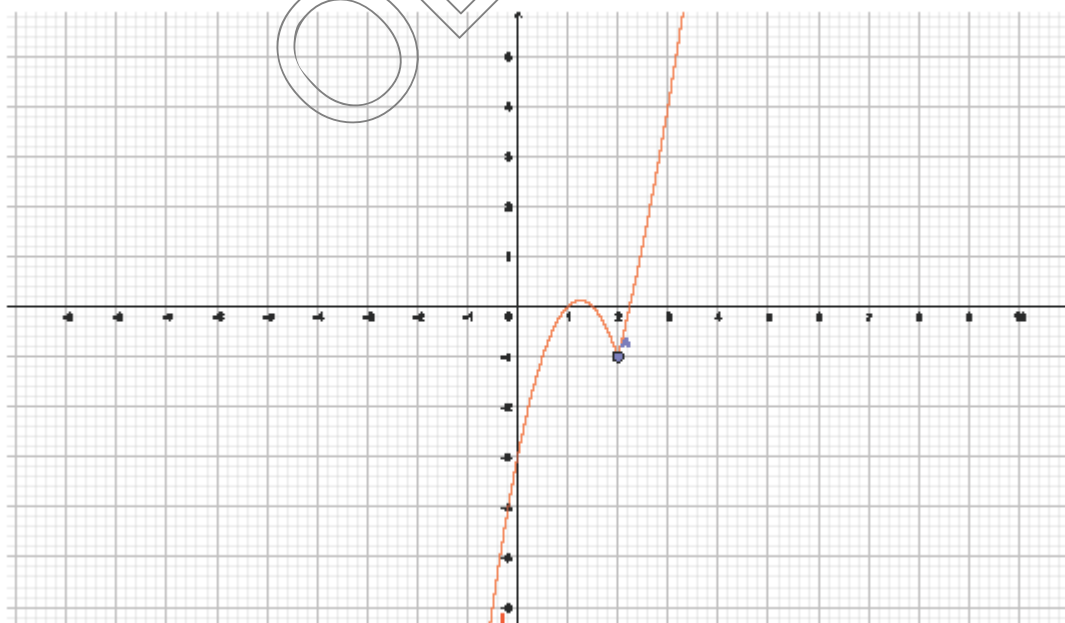
A4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες και φράσεις, αφού τις μεταφέρετε στο τετράδιό σας.

1. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \dots$
2. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu 2x$, είναι $(\eta\mu 2x)' = \dots$
3. Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) \cdot g(x)$, είναι: $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$
4. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , λέμε ότι παρουσιάζει Τοπικό Μέγιστο στο $x_1 \in A$ όταν $f(x) \dots f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 .

Μονάδες 4

Θέμα Β

B1. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f του παρακάτω σχήματος, να υπολογίσετε τα όρια:



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Σε ποια από τα σημεία: $x=0$, $x=1$, $x=2$ η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής και γιατί.

Μονάδες 10

B2. Αν για τις παραγωγίσιμες συναρτήσεις f και g ισχύουν :

$$f(1) = 2, f'(1) = 3, g(1) = 4, g'(1) = -2, g(2) = 1, g'(2) = -2$$

Να υπολογίσετε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων στο σημείο $x=1$.

$$f + g, f - g, f \cdot g, \frac{f}{g}$$

Αν επιπλέον $h(x) = f(g(x))$ παραγωγίσιμη συνάρτηση, να βρείτε τον αριθμό $h'(2)$.

Μονάδες 15

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{-2x^2 - 4x + 6}}$.

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογιστεί το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Μονάδες 12

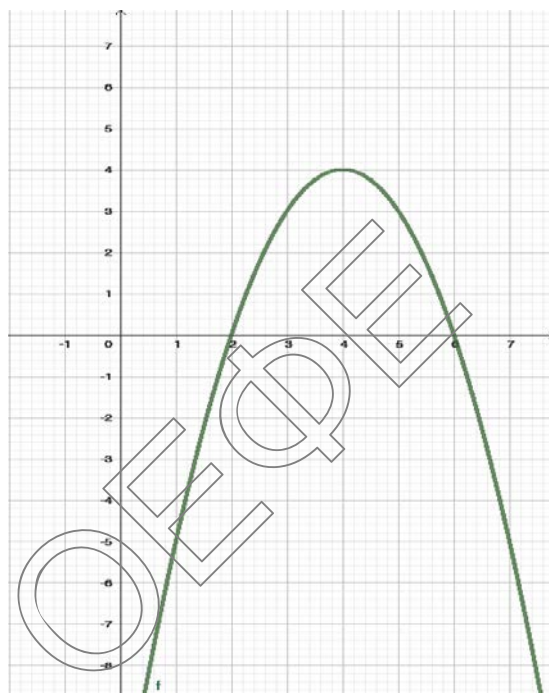
Γ3. Θεωρούμε μια συνάρτηση $g(x) = \begin{cases} f(x), & x \in (-3, 1) \\ 0, & x = 1 \end{cases}$.

Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 6

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + ax - \beta$, της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τους άξονες στα σημεία $A(2,0)$ και $B(6,0)$ όπως δίνεται στην παρακάτω γραφική απεικόνιση:



Δ1. Να δείξετε ότι $a=8$ και $\beta=12$.

Μονάδες 7

Δ2. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 3

Δ2. Αν $f(x) = -x^2 + 8x - 12$ να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της f στα σημεία $A(2,0)$ και $B(4,4)$.

Μονάδες 8

Δ3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)}{x-2} + \frac{(f'(x))^2 - 16}{x^2 - 4} \right]$.

Μονάδες 7