ΤΑΞΗ: **3η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Σάββατο 12 Ιανουαρίου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ορισμός σελ. 13 Σχολικό Βιβλίο.

Α2. Απόδειξη σελ. 28-29 Σχολικό Βιβλίο

Α3.

1. Λ
2. Λ
3. Σ
4. Λ
5. Σ

Α4.

1. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\ell$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{\nu}=\ell^{\nu}$
2. $\left(\eta\mu 2x\right)'=\sigma\upsilon\nu 2x\cdot 2$
3. $\left(f(x)\cdot g(x)\right)'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)=\ \dots$
4. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A, λέμε ότι παρουσιάζει Τοπικό Μέγιστο στο $x_1\in A$ όταν $f(x)\le f(x_1)$.

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$\lim_{x\to 0} f(x) = -3$

$\lim_{x\to 1} f(x) = 0$

$\lim_{x\to 2} f(x) = -1$

Η f δεν είναι συνεχής στο 2 γιατί δεν ορίζεται το f(2).

Β2. Στους τύπους

$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

$(f-g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

$(f.g)'(x) = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{g^2(x)}$$

Αντικαθιστώ το 1 και βρίσκω :

$(f+g)'(1) = 1$

$(f-g)'(1) = 5$

$(f.g)'(1) = 8$

$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 1$

Υπολογίζω την παράγωγο

$h'(x) = [f(g(x))]' = f'(g(x)).g'(x)$

Και αντικαθιστώντας x=2 βρίσκουμε

$h'(2) = -3$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Θα πρέπει $-2x^2-4x+6>0$.

$-2x^2-4x+6=0 \qquad \Delta=(-4)^2-4\cdot(-2)\cdot 6=16+48=64$

$$x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{64}}{2\cdot(-2)}=\frac{4\pm 8}{-4}=\begin{cases}\dfrac{4+8}{-4}=-3\\[2mm] \dfrac{4-8}{-4}=1\end{cases}$$

x	$-\infty$	-3		1		$+\infty$
$-2x^2-4x+6$		-	0	+	0	-

Άρα $A_f=(-3,1)$.

Γ2.

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{\sqrt{-2x^2-4x+6}}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot(x-1)\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}{\sqrt{-2x^2-4x+6}\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot(x-1)\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}{\left(\sqrt{-2x^2-4x+6}\right)^2}=\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot(x-1)\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}{-2x^2-4x+6}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot(x-1)\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}{-2\cdot(x-1)\cdot(x+3)}=\lim_{x\to 1}\frac{x\cdot\sqrt{-2x^2-4x+6}}{-2\cdot(x+3)}=\frac{1\cdot 0}{-2\cdot 4}=0$$

Γ3. Έχουμε υπολογίσει στο προηγούμενο ερώτημα:

$\lim_{x\to 1} g(x)=\lim_{x\to 1} f(x)=0$

$g(1)=0$ (Από τον 2^o κλάδο)

Παρατηρώ ότι $\lim_{x\to 1} g(x)=g(1)=0$. Άρα η g(x) είναι συνεχής στο x = 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή η γραφική παράσταση τέμνει τους άξονες στα σημεία Α(2,0) και Β(6,0) ισχύουν

$$\begin{matrix} f(2)=0 \\ f(6)=0 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} -2^2+a2-\beta=0 \\ -6^2+a6-\beta=0 \end{matrix} \Leftrightarrow \ldots\ldots \Leftrightarrow \begin{matrix} a=8 \\ \beta=12 \end{matrix}$$

Δ2. Στο διάστημα $(-\infty,4]$ η f είναι γνησίως αύξουσα και στο διάστημα $[4,+\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Δ3. Βρίσκω την παράγωγο :

$$f'(x)=(-2x^2+8x-12)'=-2x+8$$

Η εξίσωση εφαπτομένης στο Α(2,0) είναι:

$$y=f'(2)\cdot x+k$$

$$y=4x+k$$

Αντικαθιστώντας τις συντεταγμένες του Α(2,0) , 0=4x2+k , άρα k=-8

y=4x-8

Όμοια στο Β(4,4) έχουμε

$$y=f'(4).x+\mu$$

$$y=0\cdot x+\mu$$

$$y=\mu$$

Όπου μ=4

Άρα y=4

Δ4.

$$\lim_{x\to 2}\left[\frac{-x^2+8x-12}{x-2}+\frac{(-2x+8)^2-16}{x^2-4}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[\frac{(x-2)(-x+6)}{(x-2)}+\frac{(-2x+8-4)(-2x+8+4)}{(x-2)(x+2)}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[(-x+6)+\frac{(-2x+4)(-2x+12)}{(x-2)(x+2)}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[(-x+6)-\frac{2(-2x+12)}{(x+2)}\right]=$$

$$=(-2+6)-\frac{2(-4+12)}{2+2}=4-4=0$$