



**ΘΕΜΑ Α**

- A1. γ  
A2. δ  
A3. α  
A4. δ  
A5. α. Λάθος  
β. Σωστό  
γ. Λάθος  
δ. Σωστό  
ε. Λάθος

**ΘΕΜΑ Β**

- B1. Από Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:

$$d_2 = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9\lambda_1^2}{4}} = \sqrt{\frac{16\lambda_1^2 + 9\lambda_1^2}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}\lambda_1^2} = \frac{5}{2}\lambda_1$$

Επειδή

$$\left. \begin{array}{l} u = \lambda_1 f_1 \\ u = \lambda_2 \cdot 2f_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_2$$

Τότε  $A_z = \left| 2A \cdot \text{συν} 2\pi \frac{d_1 - d_2}{2\lambda_2} \right|$ , όμως

$$d_1 - d_2 = \left| 2\lambda_1 - \frac{5}{2}\lambda_1 \right| = \left| 4\lambda_2 - \frac{5}{2} \cdot 2\lambda_2 \right| = |4\lambda_2 - 5\lambda_2| = |-\lambda_2| = \lambda_2$$

$$\text{Έτσι } A_z = \left| 2A \cdot \text{συν} 2\pi \frac{\lambda_2}{2\lambda_2} \right| = |2A \cdot \text{συν}\pi| = 2A.$$

Άρα είναι η απάντηση (i).

**B2.** Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφομής προκύπτει:

$$\vec{L}_{\text{πριν}} = \vec{L}_{\text{μετά}} \Rightarrow m u_1 r = m u_2 r_2 \Rightarrow m \omega R^2 = m \omega_2 \frac{R^2}{2} \Rightarrow \omega_2 = 4\omega$$

Από Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F$$

Και επειδή το μέτρο της F είναι ίσο με το μέτρο της τάσης του νήματος είναι

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m u_2^2 - \frac{1}{2} m u_1^2 &= W_F \Rightarrow \frac{1}{2} m \omega_2^2 \frac{R^2}{4} - \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = W_F \\ \Rightarrow W_F &= \frac{1}{2} m 16 \omega^2 \frac{R^2}{4} - \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 (4 - 1) = \frac{3}{2} m \omega^2 R^2 \end{aligned}$$

Άρα είναι η απάντηση (iii).

**B3.** Εξίσωση Bernoulli:  $P_r + \frac{1}{2} \rho u_r^2 = P_\Delta + \frac{1}{2} \rho u_\Delta^2 + \rho g h$

Εξίσωση συνέχειας:  $\Pi_r = \Pi_\Delta \Rightarrow A_r \cdot u_r = A_\Delta \cdot u_\Delta \Rightarrow u_\Delta = 2u_r$

$$\begin{aligned} S &= u_\Delta \cdot t_{\text{κιν}} \Rightarrow 4h = u_\Delta \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow 16h^2 = u_\Delta^2 \frac{2h}{g} \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= \frac{u_\Delta^2}{8g} = \frac{4u_r^2}{8g} = \frac{u_r^2}{2g} \end{aligned}$$

$$P_r - P_\Delta = \frac{1}{2} \rho 4u_r^2 - \frac{1}{2} \rho u_r^2 + \rho g \frac{u_r^2}{2g} = 2\rho u_r^2$$

Άρα είναι η απάντηση (i).

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Επειδή αρχικά το σώμα  $m_1$  αφήνεται ( $u_0=0$ ), βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης οπότε  $A = \Delta \ell$ .

$$D_1 = k_1 \Rightarrow m_1 \omega^2 = k_1 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$$

Το σώμα  $m_1$  φτάνει στη Θέση Ισορροπίας (Θ.Ι.) με τη μέγιστη ταχύτητα του

$$u_1 = u_{\text{max}} = A\omega = \Delta \ell \cdot \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = 0,4 \sqrt{\frac{50}{2}} = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ m/s}$$

Από Αρχή Διατήρησης Ορμής κατά την πλαστική κρούση

$$P_{\text{ολ}}^{\text{αρχ}} = P_{\text{ολ}}^{\text{τελ}} \Rightarrow P_1^{\text{αρχ}} + P_2^{\text{αρχ}} = P_{\Sigma}^{\text{τελ}} \Rightarrow m_1 u_1 + 0 = (m_1 + m_2) u_{\Sigma} \Rightarrow m_1 u_1 = 2m_1 u_{\Sigma} \Rightarrow u_{\Sigma} = \frac{u_1}{2} = 1 \text{ m/s}$$

Η συχνότητα του ήχου που καταγράφει ο δέκτης πριν και μετά την κρούση είναι

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{u_{\eta\chi} - u_1}{u_{\eta\chi}} \\ f_2 &= \frac{u_{\eta\chi} - u_{\Sigma}}{u_{\eta\chi}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(\div)} \begin{aligned} f_1 &= \frac{u_{\eta\chi} - u_1}{u_{\eta\chi} - u_{\Sigma}} = \frac{340 - 2}{340 - 1} = \frac{338}{339} \\ f_2 &= \frac{u_{\eta\chi} - u_{\Sigma}}{u_{\eta\chi} - u_{\Sigma}} = \frac{340 - 1}{340 - 1} = 1 \end{aligned}$$

**Γ2.** Η Θ.Ι. του συσσωματώματος (Σ) ταυτίζεται με τη Θέση Φυσικού Μήκους των ελατηρίων

Φέρνω το Σ σε μία τυχαία θέση

$$\Sigma F = -F_{\varepsilon\lambda,1} - F_{\varepsilon\lambda,2} = -k_1 x - k_2 x = -\underbrace{(k_1 + k_2)}_D x = -Dx, \text{ οπότε εκτελεί Απλή Αρμονική}$$

Ταλάντωση με  $D = k_1 + k_2 = k + k = 2k$

Το Σ ακριβώς μετά την κρούση ξεκινά την ταλάντωση από τη Θ.Ι. με την μέγιστη ταχύτητα

$$u_{\Sigma} = u'_{\text{max}} = \omega' A' \text{ και } \omega' = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s} \text{ οπότε } A' = 0,2 \text{ m.}$$

**Γ3.** Για να καταγράφει ο δέκτης συχνότητα ίση με της (ακίνητης) πηγής θα πρέπει το Σ να είναι κι αυτό ακίνητο, δηλαδή να βρίσκεται σε ακραία θέση και

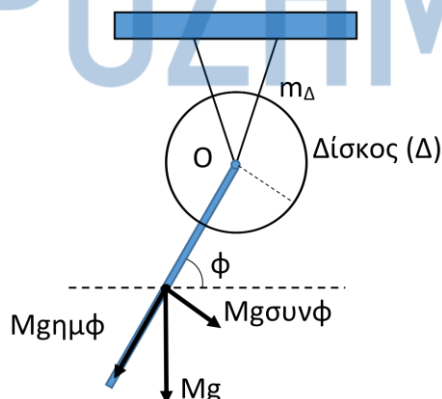
$$\text{θα βρίσκεται εκεί σε χρόνο } \Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

**Γ4.**  $\left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right|_{\text{max}} = |\Sigma F|_{\text{max}} = |-Dx|_{\text{max}} = DA' = 100 \cdot 0,2 = 20 \text{ N}$

### ΘΕΜΑ Δ

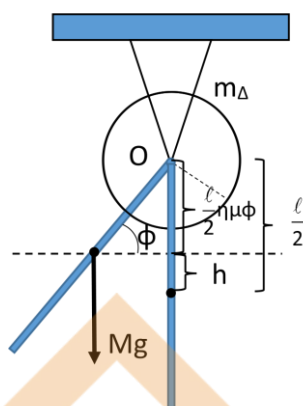
**Δ1.**  $I = I_{\Delta} + I_p = \frac{1}{2} m_{\Delta} R_{\Delta}^2 + \left( \frac{1}{12} M \ell^2 + \frac{M \ell^2}{4} \right) = 25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

**Δ2.**  $\left| \frac{dL}{dt} \right| = |\Sigma \tau| = |\tau_w| = M \cdot g \cdot \sigma \nu \nu \phi \cdot \frac{\ell}{2} = 72 \text{ N} \cdot \text{m}$

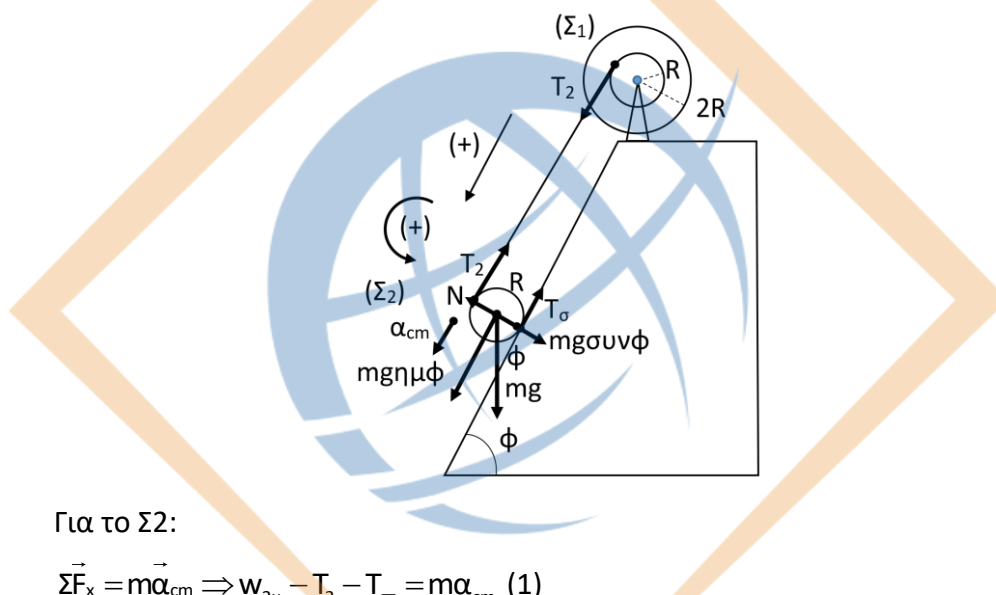


**Δ3.** Εφαρμόζω ΘΜΚΕ

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w \Rightarrow K_{τελ} = Mgh = Mg \left( \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2} \eta \mu \phi \right) = 24 \text{ J}$$



**Δ4.**



Για το Σ2:

$$\vec{\Sigma F}_x = m\vec{\alpha}_{cm} \Rightarrow w_{2x} - T_2 - T_{\sigma} = m\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\vec{\Sigma \tau} = I_k \vec{\alpha}_v \Rightarrow -T_2 R + T_{\sigma} R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha_v \Rightarrow T_{\sigma} = \frac{1}{2} m \alpha_{cm} + T_2 \quad (2)$$

Για το Σ1:

$$\vec{\Sigma \tau} = I_{cp} \vec{\alpha}'_v \Rightarrow T_2 R = 1,95 \alpha'_v \quad (3)$$

Από Σ1-Σ2:  $u_x = u_y \Rightarrow 2u_{cm} = \omega R \Rightarrow 2\alpha_{cm} = \alpha'_v R \Rightarrow \alpha'_v = \frac{2\alpha_{cm}}{R} \quad (4)$

Η (3) λόγω της (4) δίνει  $T_2 R = 1,95 \frac{2\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_2 = 97,5 \alpha_{cm} \quad (5)$

Από την (1) χρησιμοποιώντας τις (2) και (5) προκύπτει ότι

$$mg\eta\mu\phi - T_2 - \frac{1}{2} m \alpha_{cm} - T_2 = m \alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Επίσης } s = \frac{1}{2} \alpha_{\text{cm}} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{\text{cm}}}} = 2\text{s} \text{ και } v_{\text{cm}} = \alpha_{\text{cm}} \cdot t = 2\text{m/s}.$$



# ΟΡΟΣΗΜΟ