



ΘΕΜΑ Α

- A1** α. Σελίδα 65
β. Σελίδα 65
γ. Σελίδα 65

A2. Σελίδα 22

- A3.** α. Σωστό
β. Λάθος
γ. Λάθος
δ. Σωστό
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. $n = 5$ περιττό πλήθος άρα $\delta = 3^{\text{η}}$ παρατήρηση = 15

$$\text{Άρα } 4\alpha - 1 = 15 \Leftrightarrow 4\alpha = 16 \Leftrightarrow \alpha = 4$$

B2. Για $\alpha=4$ έχουμε 12, 14, 15, 16, 18

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 t_i = \frac{12+14+15+16+18}{5} = \frac{75}{5} = 15 \\ s^2 &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{(12-15)^2 + (14-15)^2 + (15-15)^2 + (16-15)^2 + (18-15)^2}{5} \\ &= \frac{9+1+0+1+9}{5} \\ &= \frac{20}{5} \\ &= 4\end{aligned}$$

$$B3. \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{15} > \frac{2}{20} = 10\%$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

B4. Από εφαρμογή του βιβλίου έχουμε:

$$Y = -2X + 5$$

$$\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -25$$

$$s_y = |-2|s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

$$CV = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{4}{|-25|} = 0.16 = 16\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $f'(x) = 6x^2 - 6κx$, $x \in \mathbb{R}$

Εφόσον η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα x' . Ισχύει:

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 \cdot 1^2 - 6 \cdot \kappa \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow 6 - 6\kappa = 0 \Leftrightarrow -6\kappa = -6 \Leftrightarrow \kappa = 1$$

Γ2. Ο ρυθμός μεταβολής είναι η πρώτη παράγωγος της f και είναι:

$$f'(x) = 6x^2 - 6x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Είναι $f''(x) = 12x - 6$, $x \in \mathbb{R}$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 12x - 6 = 0 \Leftrightarrow 12x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
f''	-	0	+
f'			

Ελάχιστο

Ο ρυθμός μεταβολής είναι ελάχιστος για $x = \frac{1}{2}$

Γ3. $f'(x) = 6x^2 - 6x$, $x \in \mathbb{R}$

$$f''(x) = 12x - 6, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f'(-1) = 6(-1)^2 - 6(-1) = 6 + 6 = 12$$

$$f''(-1) = 12(-1) - 6 = -12 - 6 = -18$$

Η εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας της f' είναι:

$$f'(-1) = f''(-1) \cdot (-1) + \beta \Leftrightarrow 12 = -18 \cdot (-1) + \beta \Leftrightarrow 12 = 18 + \beta \Leftrightarrow$$

$$12 - 18 = \beta \Leftrightarrow \beta = -6$$

Άρα, η εφαπτομένη ευθεία είναι $y = -18x - 6$

ΘΕΜΑ Δ

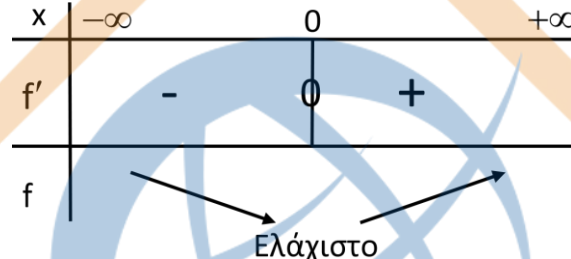
Δ1. Είναι $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+4}}(x^2+4)' = \frac{1}{2\sqrt{x^2+4}} \cdot 2x = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}, x \in \mathbb{R}$

Δ2. Είναι:

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$

- $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} < 0 \Leftrightarrow x < 0$



Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$.

Παρουσιάζει ελάχιστο στο 0 το $f(0) = \sqrt{0^2 + 4} + 2018 = 2 + 2018 = 2020$.

Δ3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2+4)f'(x) - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2+4) \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x(x^2+4)}{\sqrt{x^2+4}} - 2x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x(\sqrt{x^2+4})^2}{\sqrt{x^2+4}} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x^2+4} - 2x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x^2+4} - 2)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2+4} - 2)(\sqrt{x^2+4} + 2)}{x(\sqrt{x^2+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 - 4}{x(\sqrt{x^2+4} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{x^2+4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2+4} + 2} = \frac{0}{\sqrt{0^2+4} + 2} = \frac{0}{4} = 0$$