Προτεινόμενες Απαντήσεις

Μαθηματικά Γενικής παιδείας

19-6-2017

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 31

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 72

Α4. α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. **α.** $\bar{x}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{4}x_i\nu_i=\frac{1\cdot2+3\cdot3+5\cdot4+9\cdot1}{10}=\frac{2+9+20+9}{10}=\frac{40}{10}=4$

β. $\nu=10$ άρτιος οπότε $\delta=\frac{t_5+t_6}{2}=\frac{3+5}{2}=4$

γ. $s^2=\frac{(1-4)^2\cdot2+(3-4)^2\cdot3+(5-4)^2\cdot4+(9-4)^2\cdot1}{10}=\frac{18+3+4+25}{10}=\frac{50}{10}=5$

Β2. $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{s^2}}{4}=\frac{\sqrt{5}}{4}>\frac{\sqrt{4}}{4}=\frac{2}{4}>\frac{1}{10}$ ανομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=2x-1$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow 2x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Προκύπτει ο πίνακας:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$	ελάχιστο $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$	$\nearrow$	

Αφού η f είναι γν. φθίνουσα στο $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ και γν. αύξουσα στο $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$, άρα παρουσιάζει ελάχιστο για $x=\frac{1}{2}$ με τιμή $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

Γ2. Είναι $f'(2)=2\cdot2-1=3$ και $f(2)=2^2-2+1=3$.

Άρα η κλίση της εφαπτομένης στο $A(2,3)$ είναι 3.

Επομένως είναι της μορφής: $\varepsilon: y=3x+\beta$.

Αφού το Α είναι σημείο της ευθείας θα είναι $3=3\cdot2+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$.

Οπότε η ζητούμενη ευθεία είναι η $\varepsilon: y=3x-3$.

Γ3. Για $x=0$ είναι $y=3\cdot0-3=-3$. Άρα το σημείο τομής με τον $y'y$ είναι $M(0,-3)$.

Για $y=0$ είναι $0=3\cdot x-3 \Leftrightarrow x=1$. Άρα σημείο τομής με τον $x'x$ είναι $N(1,0)$

Γ4.

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

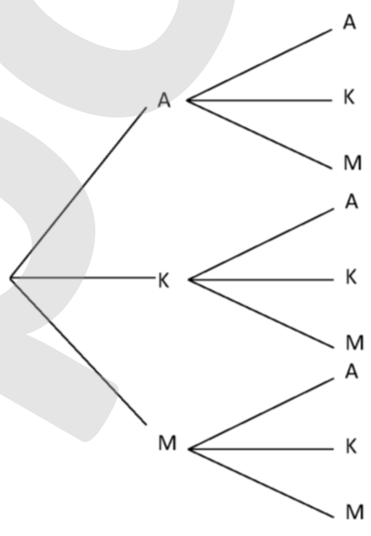
$$=\lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}\right)^2-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{1}{\sqrt{1^2-1+1}+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Άρα ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης είναι:

$$\Omega=\{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$$

Δ2.

$$A = \{AM, MM, KM\}$$
$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

Δ3.

α. Είναι $A' = \{AA, AK, MA, MK, KA, KK\}$ και επειδή τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα προκύπτει:

$$P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Είναι $A \cap B = \{AM, KM\}$, άρα $P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$.

Είναι $A - B = \{MM\}$, άρα $P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$.

Τέλος είναι $B - A = \{AK, MA, MK, KA\}$, άρα $P(B - A) = \frac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$.

β. Το ενδεχόμενο Γ είναι ασυμβίβαστο με τα Α και Β άρα και με την ένωσή τους. Όμως είναι $A \cup B = \{AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM\}$. Επομένως οι περιπτώσεις για το ενδεχόμενο Γ είναι:

$$\Gamma_1 = \{AA\}, \ \Gamma_2 = \{KK\} \text{ ή } \Gamma_3 = \{AA, KK\}$$

Άρα $P(\Gamma_1) = P(\Gamma_2) = \frac{1}{9}$ και $P(\Gamma_3) = \frac{2}{9}$. Επομένως η μέγιστη πιθανότητα του Γ είναι $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$