



Προτεινόμενες Απαντήσεις

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

8-6-2017

ΘΕΜΑ Α

A1. Απόδειξη σελίδα 31

A2) α. Λ

β. Σ

γ. Σ

A3. α) $(x^\rho)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$

β) $(\sin x)' = -\eta\mu x$

$$\gamma) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i w_i}{\sum_{i=1}^v w_i} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_v w_v}{w_1 + w_2 + \dots + w_v}$$

ΘΕΜΑ Β

B1. $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ μορφή $\frac{0}{0}$

Παραγοντοποιούμε το $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

$$\text{Τότε } \kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)} = 3$$

B2. Οι παρατηρήσεις είναι 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i}{v} = \frac{50}{10} = 5$$

B3.

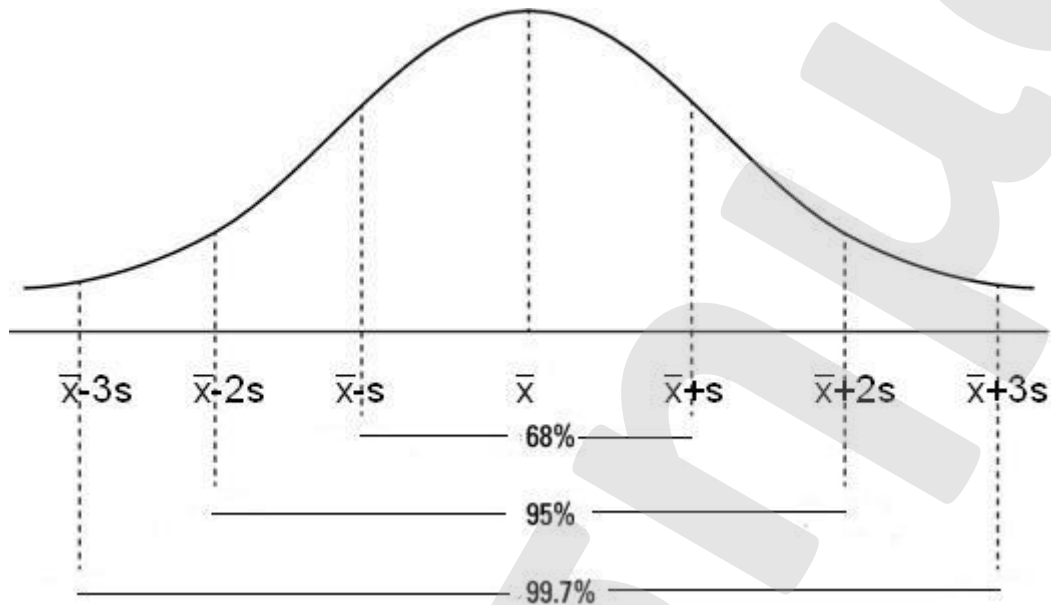
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (t_i - \bar{x})^2}{v}$$
$$= \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 \cdot 3 + (5-5)^2 \cdot 2 + (6-5)^2 \cdot 3 + (7-5)^2}{10}$$
$$= \frac{4 + 3 + 0 + 3 + 4}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

B4. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,4} \cong 1,18$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{1,18}{5} = \frac{1,18 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2,36}{10} = 0.236$$

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Οι ηλικίες των εργαζομένων ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή, επομένως η τυπική απόκλιση και η μέση τιμή έχουν τις παρακάτω ιδιότητες:



Εφόσον το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών, τότε $\bar{x} = 40$.

- Γ2.** Το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών, επομένως:

$$\bar{x} - s = 35.$$

$$\text{Άρα, } 40 - s = 35 \Rightarrow s = 40 - 35 \Rightarrow s = 5$$

- Γ3.** Το ποσοστό των εργαζομένων με ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών είναι: 16%
Άρα, το 100% των εργαζομένων είναι 400 εργαζόμενοι
το 16% των εργαζομένων είναι v_1 εργαζόμενοι

$$\text{Επομένως, } \frac{100}{100} \cdot v_1 = \frac{16}{100} \cdot 400 \Rightarrow v_1 = 64 \text{ εργαζόμενοι.}$$

- Γ4.** Το ποσοστό των εργαζομένων με ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών, είναι: 81,5%

Άρα, το 100% των εργαζομένων είναι 400 εργαζόμενοι
το 81,5% των εργαζομένων είναι v_2 εργαζόμενοι

$$\text{Επομένως, } \frac{100}{100} \cdot v_2 = \frac{81,5}{100} \cdot 400 \Rightarrow v_2 = 326 \text{ εργαζόμενοι.}$$

ΘΕΜΑ Δ

- Δ1.**

$$f'(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 3$$

| | | | | | |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| x | $-\infty$ | 1 | 3 | $+\infty$ | |
| $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |
| $f(x)$ | ↘ | | ↗ | | ↘ |

Πίνακας μονοτονίας

f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$

f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, 3]$

f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[3, +\infty)$

Δ2. f παρουσιάζει Τ.Ε στη θέση $x = 1$ με τιμή $f(1) = -\frac{1}{3}$

f παρουσιάζει Τ.Μ στη θέση $x = 3$ με τιμή $f(3) = 1$

Δ3. Έστω $A(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής

$$\lambda_1 = f'(x_0) = -x_0^2 + 4x_0 - 3$$

$$\lambda_2 = 1$$

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

Άρα,

$$-x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Rightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 4 = 0 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Rightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Rightarrow x_0 = 2$$

$$f(x_0) = f(2) = -\frac{1}{3}2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = -\frac{8}{3} + 8 - 6 + 1 = -\frac{8}{3} + 3 = -\frac{8}{3} + \frac{9}{3} = \frac{1}{3}$$

Το ζητούμενο σημείο είναι $A\left(2, \frac{1}{3}\right)$

Δ4. $f''(x) = -2x + 4$ και $s_x = 3$

$$y = -2x + 4$$

$$s_y = |-2|s_x = 2 \cdot 3 = 6$$