

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΟΡΟΣΗΜΟ

Μαθηματικά ΕΠΑΛ (Νέο σύστημα)

19-5-2016

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελ. 28 στο Σχολικό Βιβλίο

A2. Σελ. 87 στο Σχολικό Βιβλίο

- A3.**
- α. Σ
 - β. Λ
 - γ. Σ
 - δ. Σ
 - ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Έχουμε:

- $v_5 = v_1 = 5$
- $N_2 = v_1 + v_2 = 9 \Rightarrow 5 + v_2 = 9 \Rightarrow v_2 = 4$
- $f_3 \% = \frac{100v_3}{v} = 10 \Rightarrow \frac{100v_3}{20} = 10 \Rightarrow v_3 = 2$
- $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = 20 \Rightarrow 5 + 4 + 2 + v_4 + 5 = 20 \Rightarrow v_4 = 4$

$$\text{Άρα } v_1 = 5, v_2 = 4, v_3 = 2, v_4 = 4, v_5 = 5$$

Παρακάτω ακολουθεί ο πίνακας συμπληρωμένος:

x_i	v_i	N_i	$f_i \%$	$x_i v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
Σύνολο	20		100	40

B2. Έχουμε: $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{40}{20} = 2$ πιστωτικές κάρτες.

B3. Τρεις πιστωτικές κάρτες έχουν: $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 15$ υπάλληλοι.

B4. Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες είναι:

$$f_3\% + f_4\% + f_5\% = 55\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f'(x) = \frac{(x)'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + \left(\frac{1}{2}\right)' = \frac{x^2+1 - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Γ2. $f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{((-1)^2+1)^2} = \frac{0}{2} = 0$ και $f'(1) = \frac{1-1^2}{(1^2+1)^2} = \frac{0}{2} = 0$

Γ3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1-x^2 = 0 \Leftrightarrow x=1$ ή $x=-1$

Ακολουθεί ο πίνακας:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
f'(x)	-	○	+	○	-
f(x)	→		→		→
		Τοπικό ελάχιστο	Τοπικό μέγιστο		

Μονοτονία

- Για $x \in (-\infty, -1]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα
- Για $x \in [-1, 1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα
- Για $x \in [1, +\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα

Ακρότατα

- Στο $x_1 = -1$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο με τιμή

$$f(-1) = \frac{-1}{((-1)^2 + 1)^2} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

- Στο $x_1 = 1$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο με τιμή

$$f(1) = \frac{1}{(1^2 + 1)^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

- Γ4.** Οι αριθμοί 2015, 2016 ανήκουν στο διάστημα $[1, +\infty)$, στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα. Άρα : $2015 < 2016 \Rightarrow f(2015) > f(2016)$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.
$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x-2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x-2) = 4 - 2 = 2$$

- Δ2.** Για $\alpha=2$ έχουμε $f(x) = x^2 + 2x - 3$ οπότε $f'(x) = 2x + 2$

Δ3. $f(-2) = -3$ άρα $M(-2, -3)$

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f έχει εξίσωση

$$\varepsilon: y = \alpha x + \beta$$

$$\alpha = f'(-2) = -2 \text{ άρα } y = -2x + \beta$$

$$M \in \varepsilon \Leftrightarrow -3 = 4 + \beta \Leftrightarrow \beta = -7 \text{ οπότε } \varepsilon: y = -2x - 7$$

- Δ4.** Από γνωστή εφαρμογή σχολικού βιβλίου έχουμε $\bar{y} = -2\bar{x} - 7$ άρα

$$\bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 = -11$$