

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΟΡΟΣΗΜΟ

Μαθηματικά Ι (ΕΠΑΛ)

21-5-2015

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 212

- A2. α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Λάθος
ε. Σωστό

A3. α. $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln \alpha, \beta > \alpha > 0$

β. $(c)' = 0$

γ. $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k}$

Θέμα Β

B1.

Χρόνος σε- λεπτά	Κέντρο κλάσης κ_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	$\kappa_i \cdot v_i$
[5–15)	10	20	20	200
[15–25)	20	14	34	280
[25–35)	30	12	46	360
[35–45)	40	4	50	160
Σύνολα		$v = 50$		1000

B2.

$$\text{Είναι } \bar{x} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^4 \kappa_i v_i = \frac{1000}{50} = 20 \text{ λεπτά.}$$

B3.

$$s^2 = \frac{(20-10)^2 \cdot 20 + (20-20)^2 \cdot 14 + (20-30)^2 \cdot 12 + (20-40)^2 \cdot 4}{50} =$$

$$= \frac{100 \cdot 20 + 0 + 100 \cdot 12 + 400 \cdot 4}{50} = \frac{2000 + 1200 + 1600}{50} = \frac{4800}{50} = 96$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\text{B4. } CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{96}}{20} \cdot 100\% \approx \frac{10}{20} \cdot 100\% = 50\%$$

Θέμα Γ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Γ1. } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4e^{2-2} = 8 + 4 \cdot 1 = 12.$$

Γ2.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x + 4}{\lambda} = \frac{4 + 4 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

$$\text{Γ3. } \text{Για να είναι συνεχής στο } x_0 = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2), \text{ άρα}$$

$$12 = \frac{12}{\lambda} \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

Γ4.

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (4x + e^{x-2}) dx = \left[2x^2 + 4e^{x-2} \right]_1^2 =$$

$$= (2 \cdot 2^2 + 4e^{2-2}) - (2 \cdot 1^2 + 4 \cdot e^{1-2}) =$$

$$= 8 + 4 - 2 - \frac{4}{e} = 10 - \frac{4}{e}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου ως προς το χρόνο θα δίνεται από τον τύπο:

$$B'(t) = \left(-\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \right)' = -t^2 + 4t + 12, \text{ με } t \in [0, 10]$$

Δ2.

$$B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 12 = 16 + 48 = 64$$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm 8}{-2}$$

$$\text{Άρα } t = \frac{-4-8}{-2} = \frac{-12}{-2} = 6 \text{ ή } t = \frac{-4+8}{-2} = \frac{4}{-2} = -2 \text{ (Απορρίπτεται)}$$

t	0	6	10
B'(t)		○	
	+		-
B(t)		Μεγ.	

Άρα μετά από 6 έτη έχει μέγιστο βάρος

$$\text{Δ3. Αφού } t \in [6,9] \Leftrightarrow 6 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow B(6) \geq B(t) \geq B(9) \Leftrightarrow B(9) \leq B(t) \leq B(6).$$

Δ4. Είναι

$$B''(t) = -2t + 4, t \in [0,10]$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow -2t = -4 \Leftrightarrow t = 2.$$

t	0	2	10
B''(t)		○	
	+		-
B(t)		Μεγ.	

Για $t=2$ έχει το μέγιστο ρυθμό μεταβολής.