

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 21 Απριλίου 2013
Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β , να αποδείξετε ότι:

$$|\alpha \beta| = |\alpha| |\beta|$$

Μονάδες 9

A2. α. Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, πώς ορίζεται ο αριθμός α^ν ;

Μονάδες 3

β. Τι ονομάζουμε κλειστό διάστημα από α μέχρι β ;

Μονάδες 3

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν $\alpha \geq \beta$ και $\gamma > 0$, τότε $\alpha\gamma > \beta\gamma$.

Μονάδες 2

β. Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει: $\sqrt{a^2} = a$.

Μονάδες 2

γ. Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ έχει ακριβώς μια λύση.

Μονάδες 2

δ. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει: $|x| \geq x$.

Μονάδες 2

ε. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, έχει δύο άνισες ρίζες: x_1, x_2 , τότε, ισχύει ότι $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{2} \sqrt[3]{2}}$ και $B = \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{2}}$.

B1. Να αποδείξετε ότι $A = 2$.

Μονάδες 10

B2. Να αποδείξετε ότι $B = 2$.

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την εξίσωση $x^3 = \frac{1}{A+\sqrt{A}} + \frac{1}{A-\sqrt{A}}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η ευθεία ε με εξίσωση: $y = (|a-3|-1)x + (a^2+2|a|-3)$, $a \in \mathbb{R}$. Για ποιες τιμές του a η ευθεία ε :

Γ1. Είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x$;

Μονάδες 7

Γ2. Σχηματίζει οξεία γωνία με τον άξονα $x'x$;

Μονάδες 8

Γ3. Διέρχεται από την αρχή $O(0, 0)$ των αξόνων;

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για τις διάφορες τιμές του λ .

Μονάδες 7

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

α. Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.

Μονάδες 3

β. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda}$ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .

Μονάδες 4

Δ3. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ , για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες x_1, x_2 με $x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 1$.

Μονάδες 5

Δ4. Αν A είναι ένα ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω και A' το συμπληρωματικό του, να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\left[4x^2 - 4P(A)x + 5P(A) \right] \left[4x^2 - 4P(A')x + 5P(A') \right] \left[4x^2 - 4P(\Omega)x + 5P(\Omega) \right] \geq 0$$

Μονάδες 6