

Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

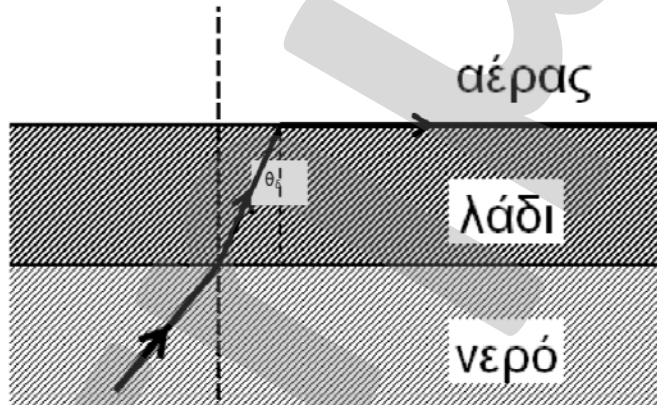
Θέμα Α

- A1. γ
- A2. β
- A3. γ
- A4. γ
- A5. Σ Σ Λ Λ Σ

Θέμα Β

B1. γ

Η γωνία με την οποία προσπίπτει η ακτίνα στην διαχωριστική επιφάνεια νερού λαδιού είναι ίση με την κρίσιμη γωνία μεταξύ νερού και αέρα άρα  $n_{\lambda} \eta \mu \theta_{\pi} = \frac{1}{n_{\nu}}$  (1), όπου  $n_{\nu}$  είναι ο



δείκτης διάθλασης του νερού. Επειδή η ακτίνα διαδίδεται από το νερό στο λάδι, δηλαδή από υλικό με μικρότερο δείκτη διάθλασης σε υλικό με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης, η γωνία διάθλασης προκύπτει από το νόμο του Snell

$$n_{\nu} \eta \mu \theta_{\pi} = n_{\lambda} \eta \mu \theta_{\delta} \xrightarrow{(1)} n_{\nu} \frac{1}{n_{\lambda}} = n_{\lambda} \eta \mu \theta_{\delta} \rightarrow \eta \mu \theta_{\delta} = \frac{1}{n_{\lambda}} \quad (2),$$

όπου  $n_{\lambda}$  ο δείκτης διάθλασης του λαδιού. Η γωνία με την οποία προσπίπτει η ακτίνα στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού νερού ισούται με την γωνία διάθλασης ως εντός εναλλάξ, όπως φαίνεται και από το σχήμα.

Η κρίσιμη γωνία μεταξύ λαδιού και αέρα είναι  $\eta \mu \theta_{cr} = \frac{1}{n_{\lambda}} \quad (3)$ . Από τις (2) και (3) προκύπτει

ότι η γωνία πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού-αέρα είναι ίση με την κρίσιμη γωνία, άρα η ακτίνα θα κινηθεί παράλληλα προς αυτήν.

B2. α

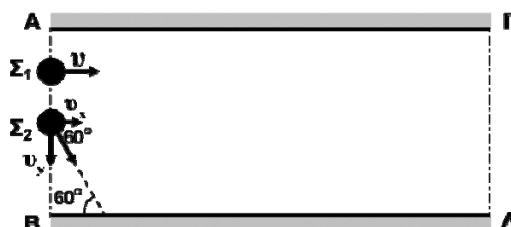
Η θέση του πρώτου δεσμού προς την κοιλία στο  $x=0$  είναι στη θέση  $x = \frac{\lambda}{4}$ .

Επομένως το σημείο Κ θα απέχει από το  $x=0$  απόσταση  $x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$ , ενώ το Λ θα

απέχει από το  $x=0$  απόσταση  $x_L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$ .

$$\text{Άρα } \frac{v_K}{v_L} = \frac{\left| v_{\max} \sin \left( 2\pi \frac{\lambda/12}{\lambda} \right) \right|}{\left| v_{\max} \sin \left( 2\pi \frac{\lambda/3}{\lambda} \right) \right|} = \frac{\left| \sin \left( \frac{\pi}{6} \right) \right|}{\left| \sin \left( \frac{2\pi}{3} \right) \right|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

B3. α



Ο χρόνος κίνησης της πρώτης σφαίρας είναι  $t_1 = \frac{(ΑΓ)}{v}$  (1). Στη δεύτερη σφαίρα αναλύουμε την ταχύτητα σε δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους και χρησιμοποιώντας την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων καταλήγουμε ότι στην οριζόντια διεύθυνση η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα  $v_x = v \sin 60^\circ = \frac{v}{2}$ . Επομένως η σφαίρα 2 θα διανύσει την απόσταση σε χρόνο  $t_2 = \frac{(ΑΓ)}{\frac{v}{2}} = 2 \frac{(ΑΓ)}{v} \xrightarrow{(1)} t_2 = 2t_1$ .

**Θέμα Γ**

**Γ1.**  $I_o = I_{δοκού} + I_m \Rightarrow I_o = \frac{ml^2}{3} + ml^2 \Rightarrow I_o = 0,45kg \cdot m^2$

Όπου  $I_{δοκού} = I_{cm} + M \left[ \frac{l}{2} \right]^2 \Rightarrow I_{δοκού} = \frac{Ml^2}{3}$  (Θεώρημα STEINER)

Και  $I_m = ml^2$

**Γ2.**  $W_F = \tau \cdot \theta \Rightarrow W_F = F \cdot l \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow W_F = 18J$

**Γ3.** Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 = W_F + W_M + W_m$$

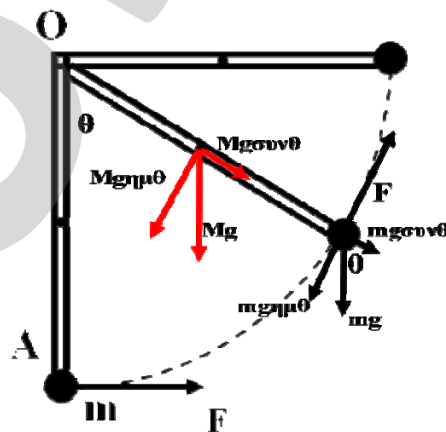
$$\frac{1}{2} I \omega^2 = W_F - m \cdot g \cdot l - M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow \omega = 0$$

**Γ4.** (Η λύση αυτή αναφέρεται αν προσδιοριστεί στην εκφώνηση ότι αφορά το πρώτο μέγιστο κινητικής ενέργειας)

Μέγιστη κινητική ενέργεια θα έχει το σύστημα δοκού-σφαίρα όταν  $\Sigma F = 0$  και  $\Sigma \tau = 0$ .

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow F' \cdot l - w_{y(m)} \cdot l - w_{y(M)} \cdot \frac{l}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$30\sqrt{3} = m \cdot g \cdot \eta\mu\theta + M \cdot g \cdot \eta\mu\theta \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow 60\eta\mu\theta = 30\sqrt{3} \Rightarrow \eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



**Θέμα Δ**

**Δ1.** Στη θέση Ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow m_1 g \eta\mu\varphi = F_1 + F_2 \Rightarrow m_1 g \eta\mu\varphi = k_1 x_1 + k_2 x_1 \quad (1)$$

Στην τυχαία θέση  $\Sigma F_x = F_1' + F_2' - w_1 x$

$$\Sigma F_x = k_1(x_1 - x) + k_2(x_1 - x) - m_1 g \eta\mu\varphi \quad (2)$$

Από (1), (2) έχουμε :

$$\Sigma F_x = -(k_1 + k_2)x \text{ άρα εκτελεί Α.Α.Τ. με } D = k_1 + k_2 = 200N/m$$

**Δ2.**  $x(t) = A \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Όπου το πλάτος της ταλάντωσης είναι  $A = x_1 = \frac{m_1 g \eta \mu \varphi}{k_1 + k_2} = 0,05m$ ,

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = 10 \text{ rad / sec}$$

Την αρχική φάση μπορούμε να την υπολογίσουμε από τις αρχικές συνθήκες ως εξής:

$$\text{για } t = 0 \quad \eta \mu \varphi_0 = \frac{x}{A} = \frac{+A}{A} \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Άρα } x(t) = 0,05 \eta \mu \left( 10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)}.$$

**Δ3.** Κατά την τοποθέτηση του σώματος μάζας  $m_2$  η νέα γωνιακή συχνότητα θα είναι

$$\omega' = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}} = 5 \text{ rad / s}, \text{ οπότε η}$$

σταθερά επαναφοράς για την  $m_2$  θα είναι

$$D_2 = m_2 \omega'^2 = 150 \text{ N / m}.$$

**Δ4.** Το σύστημα των δύο σωμάτων θα ταλαντώνεται με νέο πλάτος που υπολογίζεται ως εξής

Για τη νέα θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) g \eta \mu \varphi = (k_1 + k_2) x_2 \Rightarrow x_2 = 0,2m \Rightarrow A' = 0,2m$$

Στο σώμα μάζας  $m_2$  ασκούνται κάθε χρονική στιγμή η δύναμη της στατικής τριβής ( $T_{στ}$ ) από το σώμα 1 και η συνιστώσα του βάρους του στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου ( $w_{2x}$ ). Για μία τυχαία θέση ισχύει

$$\Sigma F_2 = -D_2 x \Rightarrow T_{στ} - m_2 g \eta \mu \varphi = -D_2 x \Rightarrow T_{στ} = -D_2 x + m_2 g \eta \mu \varphi.$$

Για  $x = -A$ :  $T_{στ(σ\alpha\tau)(\max)} = 60 \text{ N}$ .

Όμως πρέπει

$$\mu N \geq T_{στ} \Rightarrow \mu \geq \frac{T_{στ}}{N} \Rightarrow \mu \geq \frac{T_{στ(σ\alpha\tau)(\max)}}{m_2 g \sigma \nu \varphi} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

