

# Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής 2011

## Θέμα Α

A1. σελ. 152

A2. σελ. 142

A3. σελ. 65

A4. α. Λ β. Λ γ. Σ δ. Λ ε. Σ

## Θέμα Β

B1.

$$P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(\Omega) = 4N(M)$$

Το  $N(\Omega) \in \mathbb{N}$  και  $N(\Omega)$  πολλαπλάσιο του 4, οπότε, επειδή  $64 < N(\Omega) < 72$ , έχουμε  $N(\Omega) = 68$ .

B.2

$$P(M) + P(A) + P(K) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow 4 \Leftrightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \lambda = 1 \text{ (απορρίπτεται διότι τότε } P(A) = 4) \\ \lambda = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{άρα } \lambda = \frac{1}{4}.$$

B.3

$$P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(M) = \frac{68}{4} = 17$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(A) = 17$$

$$P(K) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow N(K) = 34$$

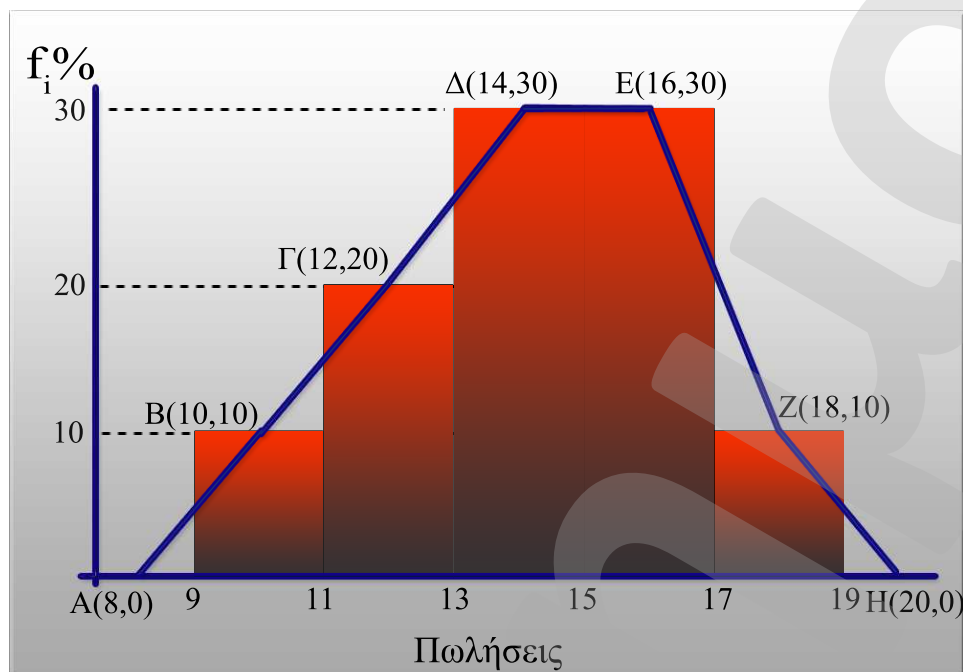
B.4 Τα  $A, M$  ασυμβίβαστα άρα  $P(A \cup M) = P(A) + P(M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ .

## Θέμα Γ

Γ1. Αφού  $\Delta E$  είναι παράλληλο στον οριζόντιο άξονα συνεπάγεται ότι  $y_{\Delta} = y_E$ . άρα

$$10 + 20 + y_{\Delta} + y_E + 10 = 100 \Leftrightarrow 2y_{\Delta} + 40 = 100 \Leftrightarrow 2y_{\Delta} = 60 \Leftrightarrow y_{\Delta} = 30$$

Γ.2



Γ3.

| Κλάσεις  | $x_i$ | $f_i\%$ |
|----------|-------|---------|
| [9, 11)  | 10    | 10      |
| [11, 13) | 12    | 20      |
| [13, 15) | 14    | 30      |
| [15, 17) | 16    | 30      |
| [17, 19) | 18    | 10      |
| Άθροισμα | -     | 100     |

Γ4.  $30\% + 10\% = 40\%$ .Γ5.  $\nu = 80$ , άρα ο αριθμός των πολιτών είναι  $\frac{40}{100} \cdot 80 = 32$ .

**Θέμα Δ**  $f(x) = e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} = e^{\left(\frac{x^3}{3} - \frac{11}{30}x^2 + \frac{2}{15}x\right)}$

Δ1.  $f'(x) = e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} \cdot \left(x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}\right)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}x(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5})} \cdot \left(x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}\right) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15} = 0 \Leftrightarrow 15x^2 - 11x + 2 = 0$$

$$\Delta = 121 - 120 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{30} = \begin{cases} x_1 = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \\ x_2 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

|         |                              |               |               |                            |            |
|---------|------------------------------|---------------|---------------|----------------------------|------------|
| $x$     | $-\infty$                    | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{5}$ | $+\infty$                  |            |
| $f'(x)$ | +                            | 0             | -             | 0                          | +          |
| $f(x)$  | $\nearrow$                   |               | $\searrow$    |                            | $\nearrow$ |
|         | $\tau.\mu\varepsilon\gamma.$ |               |               | $\tau.\varepsilon\lambda.$ |            |

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$  και  $\left[\frac{2}{5}, +\infty\right)$  και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right]$ .

Δ2. Είναι  $A \subseteq B$ , άρα  $P(A) \leq P(B)$ , οπότε  $P(A) = \frac{1}{3}$  και  $P(B) = \frac{2}{5}$  και  $A \cap B = A$  και  $A \cup B = B$ .

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

Δ3. α.

$$e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{1}{3}\right)} = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{3x^3}{10} - \frac{x^2}{5} - \frac{1}{15}x = \frac{x^3}{3} - \frac{11}{30}x^2 + \frac{2}{15}x \Leftrightarrow$$

$$9x^3 - 6x^2 - 2x = 10x^3 - 11x^2 + 4x \Leftrightarrow$$

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ή} \\ x = 2 \text{ ή} \\ x = 3 \end{cases}$$

β. Είναι  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$  και  $x_3 = 3$ , οπότε

$$\nu_1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1, \nu_2 = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \text{ και } \nu_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7.$$

$$\text{Άρα } \bar{x} = \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7}{13} = \frac{31}{13}.$$