Μαθηματικά Ι ΕΠΑ.Λ. (Α' Ομάδα) 2011

Θέμα Α

Α1. σελ. 84

Α2. α. Σ β. Σ γ. Λ δ. Λ ε. Σ

Α3. α. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

β. $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

γ. $\displaystyle\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 0$

Θέμα Β

Β1. Είναι:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 4^-} f(x) &= \lim_{x\to 4^-} \frac{x^2-7x+12}{x-4} \\ &\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 4^-} \frac{(x-4)(x-3)}{x-4} \\ &= \lim_{x\to 4^-} (x-3) = 4-3 = 1\end{aligned}$$

Β2. Είναι:

$$\begin{aligned}\lim_{x\to 4^+} f(x) &= \lim_{x\to 4^+} \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} - 3\right) = \lim_{x\to 4^+} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} - 3 \\ &\overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to 4^+} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - 3 \\ &= \lim_{x\to 4^+} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} - 3 \\ &= \lim_{x\to 4^+} (\sqrt{x}+2) - 3 = \sqrt{4}+2-3 = 1\end{aligned}$$

Β3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 4$ πρέπει

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x) = f(4)$$

Άρα $f(4) = \alpha$ και $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x) = 1$.
Οπότε $\alpha = 1$.

Θέμα Γ

Γ1.

	K_i	ν_i	$K_i\nu_i$	N_i	$f_i\%$
[25, 35)	30	7	210	7	17,5
[35, 45)	40	12	480	19	30
[45, 55)	50	15	750	34	37,5
[55, 65)	60	6	360	40	15
Σύνολο	-	40	1800	-	100

Γ2. $\overline{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4} K_i \nu_i = \frac{1800}{40} = 45$

Γ3. Τουλάχιστον 45: $\nu_3 + \nu_4 = 21$.

Γ4. Κάτω των 35: $f_1\% = 17,5$. Οπότε το $17,5\%$

Θέμα Δ

Δ1. Είναι $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1,\ x \in \mathbb{R}$, οπότε:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9,\ x \in \mathbb{R}$$

Έχουμε

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 3$$

x	$-\infty$	1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	-	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
		T.M		T.E.	

Η f είναι:

- γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,\ 1]$,
- γνησίως φθίνουσα στο $[1,\ 3]$ και
- γνησίως αύξουσα στο $[3,\ +\infty)$.

Δ2. Στο $x = 1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο με τιμή $f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$ και στο $x = 3$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο με τιμή $f(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$.

Δ3.

$$I = \int_1^3 f'(x)dx = [f(x)]_1^3 = f(3) - f(1) = 1 - 5 = -4$$

Δ4. Είναι $g(x) = f'(x)$.

$$E = \int_0^3 |g(x)|dx = \int_0^1 g(x)dx - \int_1^3 g(x)dx = [f(1) - f(0)] - (-4) = 5 - 1 + 4 = 8\text{τ.μ.}$$