

Απαντήσεις Μαθηματικών Γενικής Παιδείας Μαΐου 2007

Θέμα 1^ο :

A. Σχολικό σελ. 152 Θεωρία

B. α) Σχολικό σελ. 22 Θεωρία

β) Σχολικό σελ. 87 Θεωρία

Γ1. α) Σ

β) Σ

γ) Λ

Γ2.

$$f_1(x) = x^v$$

$$f_1'(x) = (x^v)' = vx^{v-1}$$

$$f_2(x) = \ln x$$

$$f_2'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$f_3(x) = \sqrt{x}$$

$$f_3'(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f_4(x) = \sigma\upsilon\nu x$$

$$f_4'(x) = (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$$

Θέμα 2^ο :

$$f(x) = xe^x + 3$$

α) $f'(x) = (x)'e^x + x(e^x)' + (3)' = e^x + xe^x$, άρα $f(x) + e^x - 3 = xe^x + 3 + e^x - 3 = f'(x)$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + xe^x - e^x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{0-1} = -1$

Θέμα 3^ο :

$$\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)=x$$

α) $P(-1)+P(0)+P(1)+P(2)+2P(3)+2P(4)+2P(5)=1$

$$x+x+x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=1 \Leftrightarrow 4x+\frac{3x}{2}=1 \Leftrightarrow 8x+3x=2 \Leftrightarrow 11x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{11}$$

Άρα: $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=\frac{2}{11}$ και $P(3)=P(4)=P(5)=\frac{1}{11}$

β) Επειδή $A \cap B = \{-1, 3\}$ και $A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}$ πρέπει:

$$x^2 - x - 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 \text{ ή } x_2 = 2$$

Αν $x=2$ τότε το $B = \{2, x+1, 2x^2+x-2, -2x+1\}$ γίνεται $B = \{2, 3, 8, -3\}$ απορρίπτεται γιατί 8 και -3 $\notin \Omega$.

Αν $x=-1$ τότε $B = \{2, 0, -1, 3\}$ δεκτή γιατί $A \cap B = \{-1, 3\}$

γ) Για $x=-1$ έχουμε $A = \{1, 3, -1\}$

$$P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

$$B = \{2, 0, -1, 3\} \text{ και } P(B) = P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$$

Επειδή $A \cap B = \{-1, 3\}$ έχουμε ότι: $P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$B' = \{1, 4, 5\}$ και $A \cup B' = \{1, -1, 3, 4, 5\}$ Άρα:

$$P(A \cup B') = P(-1) + P(1) + P(3) + P(4) + P(5) = \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11}$$

Θέμα 4^ο :

A) $\frac{\text{---}}{x_A} = \frac{12 + 18 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = 15$

$\frac{\text{---}}{x_B} = \frac{16 + 14 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = 15$

Β) $S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25}$, άρα

$$\begin{aligned} & \frac{1}{25} \left\{ (12-15)^2 + (18-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2 \right\} - \\ & - \frac{1}{25} \left\{ (16-15)^2 + (14-15)^2 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2 \right\} = \\ & = \frac{1}{25} \left[9 + 9 + (t_3-15)^2 + \dots + (t_{25}-15)^2 - 1 - 1 - (t_3-15)^2 - \dots - (t_{25}-15)^2 \right] = \frac{16}{25} \end{aligned}$$

Γ)

$$CV_A = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{X_A} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{15} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow S_A = 1$$

$$S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow S_B^2 = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow S_B = \frac{3}{5}$$

$$CV_B = \frac{S_B}{X_B} = \frac{\frac{3}{5}}{15} = \frac{1}{25}$$

