Θέμα 1:

α. $CV = \dfrac{s}{\overline{x}} \Leftrightarrow 0,20 = \dfrac{4}{\overline{x}} \Leftrightarrow \overline{x} = 20$

β. $\overline{x} = \dfrac{16+14+22+18+20+\alpha}{5} \Leftrightarrow 20 = \dfrac{90+\alpha}{5} \Leftrightarrow \alpha = 10$

γ. 14, 16, 18, 22, 30 $\delta = 18$

δ. Επειδή $CV = 20\%$ το δείγμα είναι ανομοιογενές γιατί ξεπερνά το 10%.

Θέμα 2:

α. $F(x) = 4\dfrac{x^4}{4} - 12\dfrac{x^2}{2} + 2006x + c \Leftrightarrow F(x) = x^4 - 6x^2 + 2006x + c$

β. $f'(x) = 12x^2 - 12$

γ. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

δ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,\ -1]$ και στο $[1,\ +\infty)$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1,\ 1]$

Θέμα 3:

α. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{x^2-4}{x-2}\alpha\right) = \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}\alpha = \lim\limits_{x\to 2^+}((x+2)) = 4\alpha$

β. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}(\alpha x + \beta) = 2\alpha + \beta$

γ. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = f(2)$.

$f(2) = 4$, οπότε $\begin{cases} 4\alpha = 4 \\ 2\alpha + \beta = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ 2\cdot 1 + \beta = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{cases}$

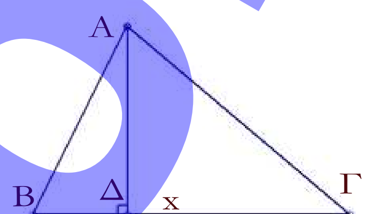
δ. Είναι:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & ,\ x > 2 \\ 4 & ,\ x = 2 \\ x+2 & ,\ x < 2 \end{cases}$$

$f(0) = 0 + 2 = 2$

$f(3) = \dfrac{3^2-4}{3-2} = \dfrac{9-4}{1} = 5$

Θέμα 4:



α. Ισχύει ότι:

$$x + A\Delta = 50 \Rightarrow A\Delta = 50 - x$$

$E_{\text{Τριγ}} = \dfrac{1}{2}B\Gamma \cdot A\Delta = \dfrac{1}{2}x \cdot A\Delta = \dfrac{1}{2}x(50-x),\ 0 < x < 50.$

β. $E(x) = \dfrac{1}{2}x(50-x) = 25x - \dfrac{1}{2}x^2$, άρα $E(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 25x$

$E'(x) = -\dfrac{1}{2}\cdot 2x + 25 = -x + 25$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = 25cm$

x	0		25		50
$f'(x)$	‖	+	0	-	‖
$f(x)$	‖	$\nearrow$		$\searrow$	‖

Για $x = 25cm$ το $E(x)$ είναι μέγιστο.

γ. Η μέγιστη τιμή του $E(x)$ είναι το $E(25) = \dfrac{1}{2}25(50-25) = \dfrac{1}{2}\cdot 25\cdot 25 = 312,5cm^2$